

# NFA redukce pomocí simulace



Vlastimil Košar

Brno University of Technology, Faculty of Information Technology  
Božetěchova 2, 612 00 Brno, CZ  
[www.fit.vutbr.cz/~ikosar](http://www.fit.vutbr.cz/~ikosar)



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

## 3 Motivace

## 5 Redukce

Druhy stavové ekvivalence

Simulační redukce

Opakovaná obousměrná redukce

## 14 Ilustrace

## 19 Výsledky

## 21 Závěr

## Motivace

- Potřeba redukovat velikost NFA vygenerovaného z množiny RV
- Minimalizace NFA nepřipadá v úvahu - NP-úplný problém
- Nutné použít metody redukce NFA mající polynomiální složitost
- Požadujeme, aby nebyly koncové stavy sloučeny redukcí do jednoho

## Vlastnosti

- Určení tříd ekvivalence pro minimalizaci nedeterministického automatu je NP-úplný problém
- Pro daný NFA neexistuje jediný minimální NFA

## Algoritmus minimalizace NFA

- 1 Začni s jedním stavem
- 2 Přidávej vhodné přechody a kontroluj ekvivalenci s NFA
- 3 Vyčerpaly-li se možnosti kombinací přechodů, přidej další stav a prováděj předchozí bod
- 4 Algoritmus končí, je-li nalezen ekvivalentní automat

## Vlastnosti redukce

- Redukují velikost automatu
- Mají polynomiální složitost
- Založeny na různě definovaných relacích stavové ekvivalence

## Trace equivalence

Vrchol  $v$  trace-dominates vrchol  $u$  pokud pro každou konečnou  $u$ -kořenovou cestu  $\bar{u}$  existuje  $v$ -kořenová cesta  $\bar{v}$  taková, že platí  $\langle\langle\bar{u}\rangle\rangle = \langle\langle\bar{v}\rangle\rangle$ . Vrcholy  $u$  a  $v$  jsou trace-equivalent ( $u \approx^T v$ ) pokud  $v$  trace-dominates  $u$  a  $u$  trace-dominates  $v$ .

## Bisimilarity

Binární relace  $\cong \subseteq V^2$  je bisimulace pokud  $u \cong v$  implikuje:

- 1  $\langle\langle u \rangle\rangle = \langle\langle v \rangle\rangle$
- 2 Pro všechny vrcholy  $\acute{u} \in \text{post}(u)$  existuje vrchol  $\acute{v} \in \text{post}(v)$  takový, že platí  $\acute{u} \cong \acute{v}$
- 3 Pro všechny vrcholy  $\acute{v} \in \text{post}(v)$  existuje vrchol  $\acute{u} \in \text{post}(u)$  takový, že platí  $\acute{u} \cong \acute{v}$

Vrcholy  $u$  a  $v$  jsou bisimilar ( $u \approx^B v$ ), pokud existuje bisimulace  $\cong$  taková, že platí  $u \cong v$

## Similarity

Binární relace  $\leq \subseteq V^2$  je simulace pokud  $u \leq v$  implikuje:

- $\langle\langle u \rangle\rangle = \langle\langle v \rangle\rangle$
- Pro všechny vrcholy  $ú \in post(u)$  existuje vrchol  $ú' \in post(v)$  takový, že platí  $ú \cong ú'$

Vrcholy  $u$  a  $v$  jsou similar ( $u \approx^S v$ ), pokud platí  $u \subseteq v$  a  $v \subseteq u$

## Vlastnosti

- Jednotlivé druhy stavové ekvivalence se liší tím, jaké vlastnosti zachovávají (např. z pohledu temporální logiky,...)
- Platí:  $u \approx^B v \Rightarrow u \approx^S v \Rightarrow u \approx^T v$

## Vysvětlivky

- Ohodnocený graf  $G = \{V, E, A, \langle\langle \cdot \rangle\rangle\}$
- $post(v) = \{u \mid (v, u) \in E\}$

## Kroky

- 1 Vypočítej počáteční simulaci
- 2 Vypočítej relaci simulace
- 3 Urči relaci similar - výběr symetrické podrelace relace simulace
- 4 Vybereme ireflexivní podrelaci
- 5 Stavby, které jsou v relaci s jiným sloučíme



## Počáteční simulace

- Umožňuje ovlivnit určité aspekty chování redukce - zachování informace o příslušnosti koncového stavu k RV, apod.
- V základní verzi každý stav simuluje každý stav - sloučeny všechny počáteční a koncové stavy
- Ve verzi se zachování informace o příslušnosti koncového stavu k RV zabráníme tomu, aby koncový stav simuloval nekoncový stav a aby se koncové stavy navzájem simulovaly pokud nemají stejné číslo RV
- Ve verzi se zachováním počátečních stavů postupujeme obdobně jako v předchozí verzi

## Cíl

- Iteračním výpočtem určit restrikcí počáteční simulace relaci simulace

## Algoritmus

```
while refine == True:
    refine = False
    for src_state in self._automaton.states.keys():
        pair = False
        for simulation_pair in simulation[src_state]:
            lhs = True
            for lhs_transition in mapper[simulation_pair[0]]:
                rhs = False
                for rhs_transition in mapper[simulation_pair[1]]:
                    rhs = rhs or (lhs_transition[1] == rhs_transition[1] and ((lhs_transition[2],
                    ~~~~~~rhs_transition[2]) in simulation[lhs_transition[2]]))
                    lhs = lhs and rhs
                pair = pair or lhs
            if lhs == True:
                new_simulation[src_state].append(simulation_pair)
        refine = refine or pair
    if simulation == new_simulation:
        refine = False
```

## Opakovaná obousměrná redukce

- Lepších výsledků redukce je možné dosáhnout opakovaným aplikováním redukce v obou směrech
- Místo implementace redukce ve druhém směru je možné použít reverze automatu a redukce

## Algoritmus

- 1 Počáteční stavy se stanou koncovými stavy reverzovaného automatu
- 2 Koncové stavy stavy se stanou počátečními stavy reverzovaného automatu
- 3 Záměnou zdrojových a cílových stavů v přechodové funkci zajistíme reverzaci přechodů v reverzovaném automatu

## Algoritmus

- 1 Proved simulační redukci NFA
- 2 Reverzuj automat
- 3 Opakuj kroky 1 a 2 dokud se velikost automatu zmenšuje
- 4 V případě potřeby reverzuj automat zpět

## Sada regulárních výrazů

- $/[ab]^*aba^*/$
- $/[ab]^*aa^*b(b|aa^*b)/$

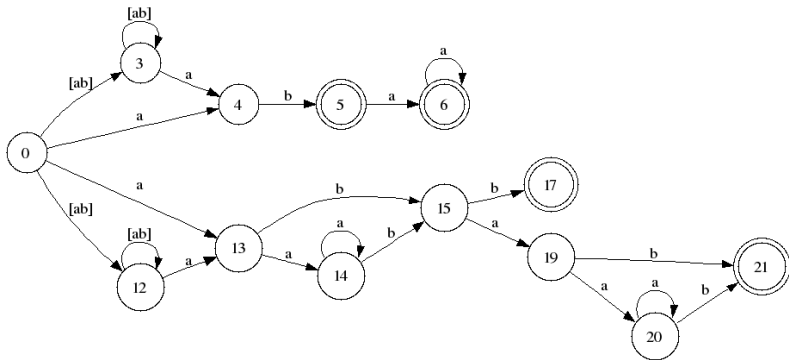
## Počet stavů a přechodů automatu

- Stavů: 13
- Přechodů: 21

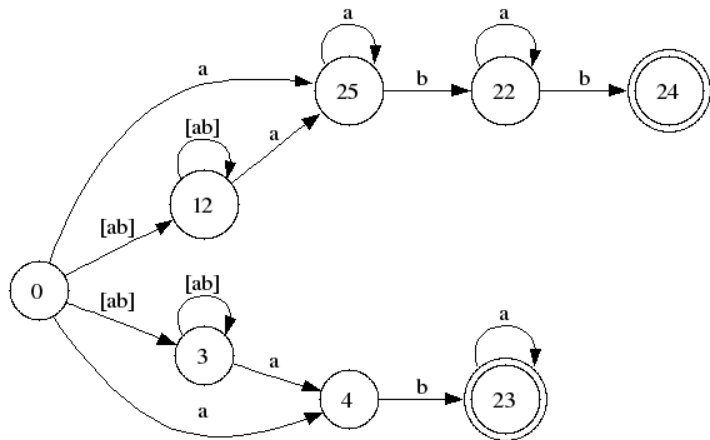
## Počet stavů a přechodů redukovaného automatu

- Stavů: 5
- Přechodů: 8

## Originální NFA

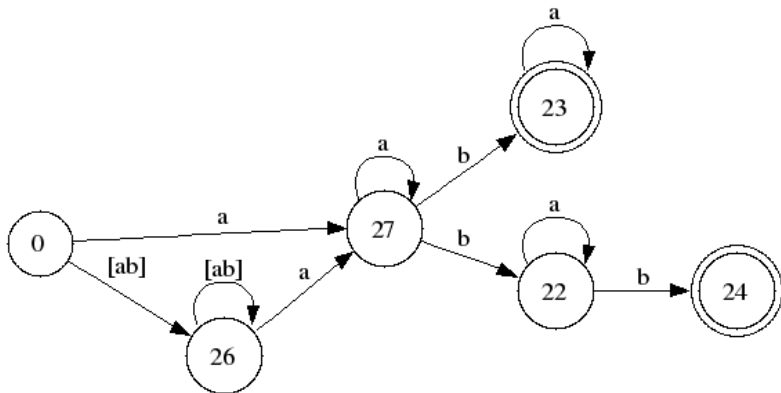


## I. iterace opakované obousměrné simulační redukce

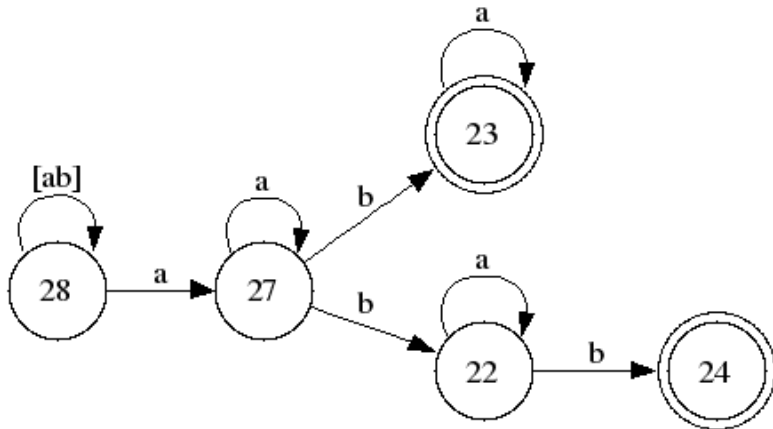




## II. iterace opakované obousměrné simulační redukce



## III. iterace opakované obousměrné simulační redukce



## Simulační redukce

Pravidla	Originální NFA		Reduk. NFA		Úspora (%)	
	Stavy	Přech	Stavy	Přech	Stavy	Přech
chat	186	226	177	210	4.84	7.07
dpd	218	314	181	252	16.97	19.75
dos	182	227	159	183	12.64	19.38
web-php	322	368	269	325	16.46	11.68
virus	52	57	52	57	0	0
shellcode	95	117	81	98	14.74	16.24
l7	806	950	733	873	9.06	8.1
backdoor	3888	4431	3783	4271	2.7	3.6

## Opakovaná obousměrná simulační redukce

Pravidla	Originální NFA		Reduk. NFA		Úspora (%)	
	Stavy	Přech	Stavy	Přech	Stavy	Přech
chat	186	226	120	135	35.48	40.27
dpd	218	314	115	150	47.25	52.23
dos	182	227	73	83	59.89	63.44
web-php	322	368	244	283	24.22	23.10
virus	52	57	19	19	63.46	66.67
shellcode	95	117	60	69	36.84	41.03
l7	806	950	613	751	23.95	20.95
backdoor	3888	4431	3229	3679	16.94	16.97

## Shrnutí

- 1 Je možné provést redukci velikosti automatu v polynomiálním čase
- 2 Při použití redukce úspora až 20% na reálných pravidlech
- 3 Při použití opakované obousměrné redukce úspora až 66% na reálných pravidlech
- 4 Doba běhu je závislá na tom, jak moc si jsou pravidla podobná, což vede zpravidla ke zvětšování počtu iterací
- 5 Doba běhu je závislá na tom, kolik se vyskytuje stavů s velkým počtem přechodů mezi nimi, což vede k prodlužování doby běhu iterace

