

STILL IMAGE COMPRESSION USING WAVELETS AND SPIHT ALGORITHM

David Bařina

Master Degree Programme (2), FIT BUT

E-mail: xbarin02@stud.fit.vutbr.cz

Supervised by: Pavel Zemčık

E-mail: zemcik@fit.vutbr.cz

ABSTRACT

This paper deals with modern methods of a lossy image compression. One of these methods is a wavelet transform. There are Daubechies wavelets used in this work. The transform is computed using quadrature mirror filter banks. To an output of this transform is often applied a SPIHT algorithm which transforms wavelet coefficients into a bit stream.

1 ÚVOD

Předmětem tohoto příspěvku je demonstrovat postup ztrátové komprese obrazu se zřetelem na nízkou výpočetní náročnost. Jedná se o kombinaci ověřených metod.

Účelem komprese obrazu je jeho uložení v co nejmenším objemu dat. Toho lze dosáhnout snížením redundance uložených informací. V případě ztrátové komprese také vypuštěním pro lidské vidění informací méně důležitých, čímž v obraze vznikají artefakty. Mezi dnes často zkoumané metody takovéto komprese patří vlnková transformace a následně aplikovaný algoritmus SPIHT.

2 KOMPRESSE OBRAZU

Na statický barevný obraz lze pohlížet jako na dvourozměrnou diskretní funkci s parametry (x, y) , jejíž hodnotou je barva obrazového bodu. Pro ztrátovou kompresi je vhodné použít některý z derivátů barevného modelu YUV, ve kterém je barva popsána jako (y, u, v) . Výhodou tohoto modelu je oddělení intenzity (jasu) barvy (složka y), na které je lidské oko velmi citlivé, od barevných (chromatických) informací (složky u a v), na které je lidský zrak citlivý méně. S touto znalostí se můžeme na chromatických složkách dopustit větší ztráty informací než na složce y , což vede k lepšímu poměru kvality ku velikosti zkomprimovaného obrazu.

Z důvodu vysoké výpočetní náročnosti není vždy žádoucí zpracovávat celý obraz najednou ale rozdělen na malé bloky. Každý blok je převeden do vhodného barevného modelu a každá jeho složka je zpracovávána zvlášť. Následujícím krokem je vlnková transformace, která umožňuje reprezentovat obraz v oblasti prostorově-frekvenční. Taková reprezentace umožňuje dále aplikovat sofistikované algoritmy a dosáhnout účinnější komprese než při použití reprezentace v oblasti čistě frekvenční.

2.1 VLNKOVÉ TRANSFORMACE

Na rozdíl od transformací do frekvenční domény (Fourierova) nehledají vlnkové transformace (angl. *wavelet transform*, WT) korelaci analyzovaného signálu s posunutými harmonickými funkcemi, ale s posunutými a roztaženými vlnkami. Vlnka (*wavelet*, [2], ψ) je komplexní funkce, jejíž energie je lokalizována na konečném úseku. Funkce ψ se nazývá mateřská vlnka. Její posunuté a roztažené (škálované, dilatované) normalizované verze jsou definovány v (1).

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (1)$$

Původní mateřská vlnka ψ má parametry $a = 1$ a $b = 0$. Posun je určen parametrem b , měřítko (dilatace) parametrem a . WT spojitého signálu x je definována jako (2).

$$[W_{\psi}x](a,b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \psi^*\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad (2)$$

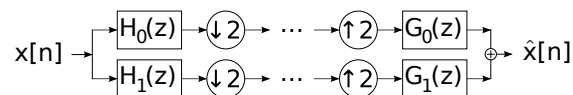
Symbol $*$ označuje komplexně sdruženou funkci. V případě, že koeficienty $a = a_0^m$ a $b = a_0^m kT$, kde $a_0 > 1$, $T > 0$ a m a k jsou celočíselné, nazývá se WT diskrétní WT (se spojitým časem, správně DWT). Jestliže koeficienty $a = 2^m$ a $b = 2^m kT$, kde $m > 0$, nazývá se DWT dyadická. Analogicky je definována (3) dyadická DWT s diskrétním časem (diskrétního signálu, správně DTWT, dále jen DWT), kde filtr h odpovídá vlnce ψ a m značí kmitočtové měřítko.

$$y_m[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] h_m[2^m n - k] \quad (3)$$

Dále budu používat vlnky Daubechies ([1]), což je rodina ortogonálních vlnek (používané pro ortogonální WT). Jako ortogonální se označuje WT, u které je signál rekonstruován filtry spjatými s filtry rozkladovými. Jejich konstrukci popisuje následující podkapitola.

2.2 KVADRATURNĚ ZRCADLOVÝ FILTR

Jako kvadrurně zrcadlové filtry (*quadrature mirror filter*, QMF) se označují dva filtry s frekvenčními charakteristikami zrcadlově symetrickými kolem čtvrtiny vzorkovací frekvence ($\pi/2$). Pro ortogonální DWT je při konstrukci QMF nutné splnit další podmínky. Budeme potřebovat dva filtry rozkladové H_0 a H_1 a dva rekonstrukční G_0 a G_1 (obr. 1). Mezi analýzou a rekonstrukcí jsou signály podvzorkovány na polovinu. Rozkladové filtry musejí splňovat podmínku perfektní rekonstrukce ([3]).



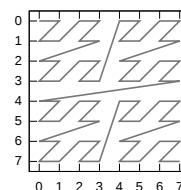
Obrázek 1: Kvadrurně zrcadlový filtr

Mějme původní dolní propust' H_0 . Zrcadlovou horní propust' H_1 (tzv. konjugovaný kvadrurní filtr, *conjugated quadrature filter*, CQF, viz [3]) vytvoříme následovně.

$$H_1(z) = zH_0(-z^{-1}) \quad (4)$$

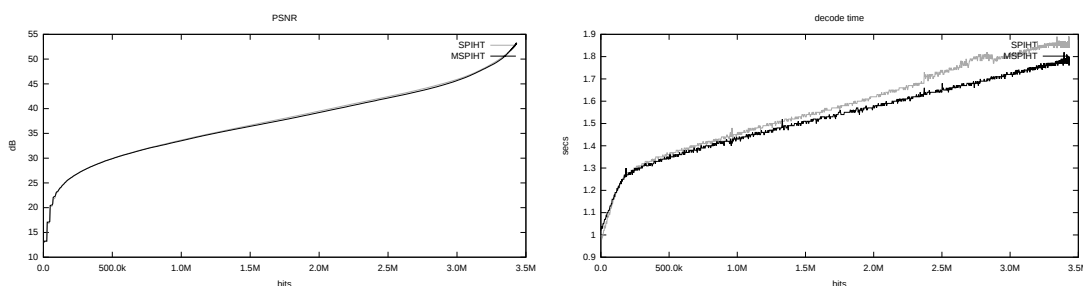
2.3 ALGORITMUS SPIHT

Mortonův rozklad (*Morton scan*) udává pořadí průchodu koeficientů. Při 2D DWT má každý prvek (x, y) potomky $(2x, 2y)$, $(2x + 1, 2y)$, $(2x, 2y + 1)$ a $(2x + 1, 2y + 1)$. Při lineárním průchodu maticí užitím tohoto rozkladu platí, že prvek (i) má potomky $(4i)$ až $(4i + 3)$ (obr. 2). Rozklad je vhodný k reprezentaci koeficientů DWT a pro implementaci algoritmu SPIHT.



Obrázek 2: Mortonův rozklad matice 8×8

SPIHT (*set partitioning in hierarchical trees*, [4]) je algoritmus, který transformuje koeficienty DWT do toku bitů. Zohledňuje spojitost mezi koeficienty na různých úrovních rozkladu. Počtu bitů odpovídá kvalita obrazu. MSPIHT (*modified SPIHT*) je modifikace s nižšími výpočetními nároky. Na obr. 3 je zobrazeno srovnání těchto algoritmů z hlediska kvality (metoda PSNR) a času dekomprese, které bylo provedeno na obrázku Lenna s bloky 16×16 pixelů.



Obrázek 3: Srovnání kvality a času dekomprese

3 ZÁVĚR

V příspěvku byla demonstrována metoda komprese obrazu vhodná pro aplikace náročné na výpočetní výkon. Účinnost představeného postupu je závislá na velikosti bloku, formě DWT i algoritmu, který převede (kvantuje) DWT koeficienty do toku bitů. Pro aplikace kritické na čas dekomprese (např. komprese videa) se jeví vhodnější použít algoritmus MSPIHT.

REFERENCE

- [1] ADDISON, Paul S. *The Illustrated Wavelet Transform Handbook*. CRC Press, 2002. 353 s. ISBN 0750306920, 9780750306928. Kap. 3.5 Daubechies wavelets.
- [2] MALLAT, Stéphane. *A Wavelet Tour of Signal Processing*. San Diego: Academic Press, 1999. 637 s. ISBN 012466606X, 9780124666061. Kap. 1.2.2 Wavelet Transform.
- [3] LEBRUN, Jérôme; SELESNICK, Ivan. Gröbner bases and wavelet design. *Journal of Symbolic Computation*, 2004, roč. 37, čís. 2, s. 230. Kap. 1.1 Filter banks. ISSN 0747-7171.
- [4] SAID, Amir; PEARLMAN, William A. A New Fast and Efficient Image Codec Based on Set Partitioning in Hierarchical Trees. *IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology*, čís. 6, 1996.