

Komplexní čísla / Complex numbers

1. Převeďte komplexní číslo ze složkového do exponenciálního tvaru a zakreslete je do komplexní roviny. / Convert complex number from composite to exponential form and plot it in the complex plane.

$$x = 1 \quad x = 3j \quad x = -5 \quad x = -6j$$

2. Dto pro / for

$$x = 1 + j \quad x = 3 + 4j \quad x = -4 + 3j \quad x = -2 - 2j \quad x = 1 - j$$

Pomůcka / Help: $\arctan \frac{4}{3} = 0.3\pi$, $\arctan \frac{3}{4} = 0.2\pi$

3. Převeďte komplexní číslo z exponenciálního tvaru do složkového a zakreslete je do komplexní roviny. / Convert complex number from the exponential form to the composite one and plot it in the complex plane.

$$x = 2e^{j0} \quad x = 2e^{j\pi} \quad x = 2e^{-j\pi} \quad x = 2e^{j\frac{\pi}{2}}$$

4. Dto pro / for

$$x = 3e^{-j\frac{\pi}{2}} \quad x = 1e^{-j\frac{\pi}{4}} \quad x = \sqrt{8}e^{-j\frac{3\pi}{4}}$$

5. Sečtěte komplexní čísla výpočtem a graficky v komplexní rovině / Add complex numbers by computation and graphically in the complex plane.

$$(2 + 2j) + (3 - 4j)$$

6. Vynásobte komplexní čísla výpočtem, nakreslete výsledek v komplexní komplexní rovině / Multiply complex numbers by computation, plot the result in the complex plane.

$$1e^{-j\frac{\pi}{4}} \quad 4e^{j\frac{\pi}{2}} \quad 1e^{-j\frac{\pi}{2}} \quad 5e^{-j\frac{\pi}{2}} \quad 5e^{-j\frac{\pi}{2}}$$

Další cvičení cosinusovek / Further exercises with cosines

7. Nakreslete cosinusovku pro vzorky $n = 0 \dots 127$. Signál kreslete jako spojitý. / Draw cosine for samples $n = 0 \dots 127$. Draw the signal in as if it was a continuous one.

$$x_1[n] = \cos(2\pi \frac{4}{128}n)$$

8. Dto pro / dtto for

$$x_2[n] = \cos(2\pi \frac{4}{128}n - \frac{\pi}{2})$$

9. Vyjádřete vztah $x_1[n]$ a $x_2[n]$ jako posun v čase. / Express the relation of $x_1[n]$ and $x_2[n]$ by a time shift.

$$x_2[n] = x_1[n \dots \dots \dots]$$

10. * Nakreslete cosinusovku pro vzorky $n = 0 \dots 15$. Signál kreslete jako vzorky. / Draw cosine for samples $n = 0 \dots 15$. Draw the signal as samples.

$$x_1[n] = \cos(2\pi \frac{2}{16}n)$$

11. * Dto pro / dtto for

$$x_2[n] = \cos(2\pi \frac{2}{16}n + \frac{3\pi}{4})$$

12. * Vyjádřete vztah $x_1[n]$ a $x_2[n]$ jako posun v čase. / Express the relation of $x_1[n]$ and $x_2[n]$ by a time shift.

$$x_2[n] = x_1[n \dots \dots \dots]$$

Komplexní exponenciály / Complex exponentials

13. Ukažte průběh funkce $f(x) = e^{jx}$ v komplexní rovině pro $x \in [0, 2\pi]$. / Show function $f(x) = e^{jx}$ in the complex plane for $x \in [0, 2\pi]$.

14. Nakreslete její reálnou složku $\Re\{f(x)\}$ a imaginární složku $\Im\{f(x)\}$ v závislosti na x . / Plot its real component $\Re\{f(x)\}$ and imaginary component $\Im\{f(x)\}$ as functions of x .

15. Ukažte průběh signálu $a[n] = e^{j2\pi \frac{k}{N}n}$ v komplexní rovině pro vzorky $n = 0 \dots N - 1$ pro $N = 16$, $k = 1$. / Show signal in the complex plane $a[n] = e^{j2\pi \frac{k}{N}n}$ for samples $n = 0 \dots N - 1$ for $N = 16$, $k = 1$.
 16. Nakreslete jeho reálnou složku $\Re\{a[n]\}$ a imaginární složku $\Im\{a[n]\}$ v závislosti na n (kreslete jako vzorky) / Plot its real component $\Re\{a[n]\}$ and imaginary component $\Im\{a[n]\}$ as functions of n (plot it as samples).
 17. Ukažte $a[n]$ ve 3D na nějakém objektu nebo se pokuste nakreslit projekci do 2D. / Show $a[n]$ in 3D on some object or try to plot a 2D projection.
 18. * Opakujte příklady 15, 16 a 17 pro $N = 8$, $k = 2$. / Repeat exercises 15, 16 and 17 for $N = 8$, $k = 2$.
 19. * Opakujte příklady 15, 16 a 17 pro $N = 8$, $k = 3$. / Repeat exercises 15, 16 and 17 for $N = 8$, $k = 3$.

Komplexní exponenciály násobené komplexním číslem / Complex exponentials multiplied by complex numbers

20. V komplexní rovině ukažte a do tabulky níže zapište hodnoty komplexní exponenciály $e^{j2\pi \frac{1}{8}n}$ ve složkovém tvaru pro $n = 0 \dots 7$. Pro jednoduchost zapisujte $\frac{1}{\sqrt{2}}$ jako q . / Show complex exponential $e^{j2\pi \frac{1}{8}n}$ in the complex plane and fill its values to the table below, in the composite form and for $n = 0 \dots 7$. For simplicity, write $\frac{1}{\sqrt{2}}$ as q .

21. V komplexní rovině ukažte a zapište vzorky též exponenciály násobené komplexním číslem $e^{j\frac{\pi}{2}} = j$ / Show this same complex exponential multiplied by complex number $e^{j\frac{\pi}{2}} = j$ in the complex plane and write its values to the table.

22. * Dto pro násobení $e^{-j\frac{\pi}{4}}$ / Dto for multiplication by $e^{-j\frac{\pi}{4}}$.

$e^{-j2\pi \frac{1}{8}n}$				
$e^{-j\frac{\pi}{2}} e^{-j2\pi \frac{1}{8}n}$				
$e^{j\frac{\pi}{4}} e^{-j2\pi \frac{1}{8}n}$				

26. Zapište do tabulky hodnoty / Write to the table the values of
 $e^{j2\pi\frac{1}{8}n} + e^{-j2\pi\frac{1}{8}n}$
vyjádřete tento součet přímo jako funkci n . / Express this sum directly as a function of n .

27. Dto pro / dtto for
 $e^{j\frac{\pi}{2}} e^{j2\pi\frac{1}{8}n} + e^{-j\frac{\pi}{2}} e^{-j2\pi\frac{1}{8}n}$

28. * Dto pro / dtto for
 $e^{-j\frac{\pi}{4}} e^{j2\pi\frac{1}{8}n} + e^{j\frac{\pi}{4}} e^{-j2\pi\frac{1}{8}n}$

29. * Rozložte jednu ze získaných cosinusovek pomocí vzorce a srovnejte se zadáním. / Decompose one of the sinusoids with the following expression and compare to the assignment.

$$\cos(x) = \frac{e^{jx} + e^{-jx}}{2}$$