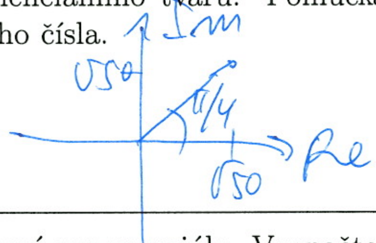
Půlsemestrální zkouška ISS, 30.10.2019, zadání A

Ref

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(prosím čitelně!)

Příklad 1 Převeďte komplexní číslo $z = \sqrt{50} + j\sqrt{50}$ do exponenciálního tvaru. Pomůcka: exponenciální tvar je $z = re^{j\phi}$, kde r je modul a ϕ je argument komplexního čísla.

$\sqrt{(\sqrt{50})^2 + (\sqrt{50})^2} = 10$



$z = 10e^{j\frac{\pi}{4}}$

Příklad 2 Rozložte cosinusovku s diskrétním časem na dvě komplexní exponenciály. Vyznačte, co jsou (komplexní) konstanty a co jsou funkce diskrétního času n. Pomůcka: $\cos\alpha = \frac{e^{j\alpha}+e^{-j\alpha}}{2}$.
$x[n] = 2\cos\left(\frac{2\pi}{128}n + \frac{\pi}{6}\right)$

funkce n

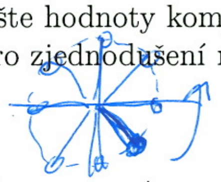
$x[n] = \frac{2}{2}e^{j\left(\frac{2\pi}{128}n+\frac{\pi}{6}\right)} + \frac{2}{2}e^{-j\left(\frac{2\pi}{128}n+\frac{\pi}{6}\right)} = e^{j\frac{\pi}{6}}e^{j\frac{2\pi}{128}n} + e^{-j\frac{\pi}{6}}e^{-j\frac{2\pi}{128}n}$

konstanty

Příklad 3 Napište hodnoty komplexní exponenciály $x[n] = e^{-j\frac{\pi}{4}}e^{j\frac{2\pi}{8}n}$ ve **složkovém tvaru** pro $n = 0\ldots7$. Pro zjednodušení můžete použít $q = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

start

jedna otáčka komplex. exp.



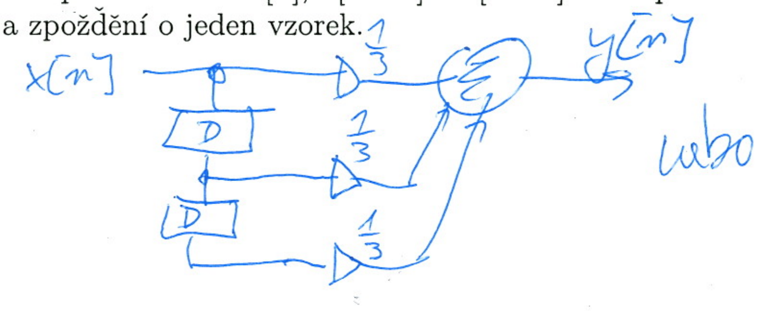
n	0	1	2	3	4	5	6	7
$x[n]$	$q-jq$	1	$q+jq$	j	$-q+jq$	-1	$-q-jq$	$-j$

Příklad 4 Dopište kód v jazyce C pro generování komplexní exponenciály $e^{j\frac{2\pi}{N}kn}$ pro zadané parametry N a k a pro $n = 0\ldots255$. Reálnou složku očekávám v poli `re`, imaginární složku v poli `im`. Budete-li potřebovat, dodeklarujte si jakoukoliv další proměnnou. Funkce `cos` a `sin` můžete použít, jiné ne.

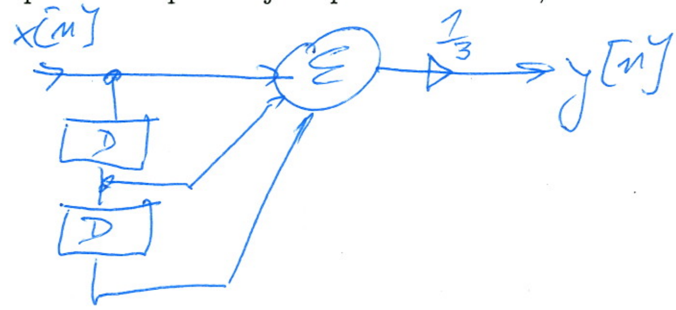
```
double re[256], im[256], angle;
int N=256, k=3, n;
angle = 2*PI*(double)k/(double)N;
for (n = 0; n < N; n++) {
  re[n] = cos((double)n * angle);
  im[n] = sin((double)n * angle);

}
```

některá "přetypování" možná nejsou potřeba nebudu hodnotit...

Příklad 5 Nakreslete schéma číslicového filtru, jehož výstupní vzorek $y[n]$ je aritmetickým průměrem vstupních vzorků $x[n]$, $x[n-1]$ a $x[n-2]$. Nezapomeňte, že povolené operace jsou pouze násobení, součet a zpoždění o jeden vzorek.



nebo



Příklad 6 Filtr s nekonečnou impulsní odezvou (IIR) má diferenční rovnici $y[n] = x[n] + y[n-1] - 0.5y[n-2]$.
Vypočítejte první 4 vzorky jeho impulsní odezvy.

$h[0] = 1$
$h[1] = 1$
$h[2] = 1 - 0{,}5 \cdot 1 = 0{,}5$
$h[3] = 0{,}5 - 0{,}5 \cdot 1 = 0$

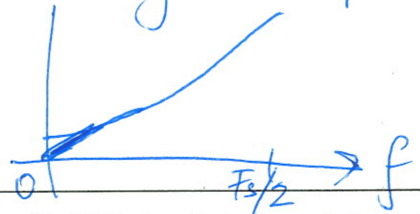
$h[0] =$ ....1......, $h[1] =$ ....1......, $h[2] =$ ....0,5......, $h[3] =$ ....0......

Příklad 7 Impulsní odezva filtru FIR je $h = [1\ \ -1\ \ 1\ \ -1\ \ 1\ \ -1\ \ 1\ \ -1]$. Nakreslete **přibližně** frekvenční charakteristiku tohoto filtru a rozhodněte, zda se jedná o dolní propusť / horní propusť / pásmovou propusť / pásmovou zádrž. Svůj postup velmi stručně popište.

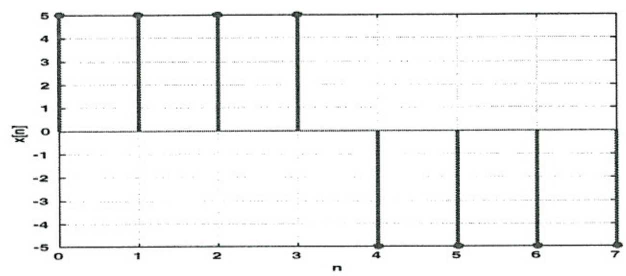
nejrychlejší možný signál výstup bude vypadat podobně!

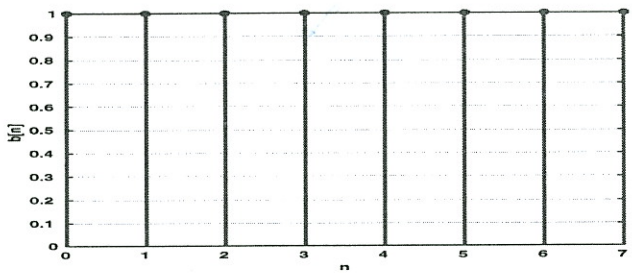
stejnosměrný signál (f=0) neprojde.

⇒ horní propusť



Příklad 8 Najděte koeficient podobnosti (koeficient průmětu do báze) pro zadaný signál a zadanou bázi.
Pomůcka: $c = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]b[n]$





$c =$ $4 \cdot 5 \cdot 1 + 4 \cdot 5 \cdot (-1) = 0$

Příklad 9 Vypočtěte první 3 koeficienty diskrétní Fourierovy transformace (DFT) pro konstantní (stejnosměrný) signál: $x[n] = 3$ o délce $N = 100$ vzorků. Pomůcka: $X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$.

$X[0] = \sum_{n=0}^{99} 3 \cdot \underbrace{e^{j\frac{2\pi}{N}0n}}_{1} = 100 \cdot 3 \cdot 1 = 300$

$X[1] =$ suma 1 otáčky komplex. exp $= 0$

$X[2] =$ suma 2. otáček komplex. exp $= 0$

$X[0] =$ ....300...... $X[1] =$ ....0...... $X[2] =$ ....0......

Příklad 10 Pro diskrétní signál o délce $N = 256$ vzorků na vzorkovací frekvenci F_s =8000 Hz proběhl výpočet DFT, maximum modulu bylo nalezeno na $k_{max} = 26$. Převeďte tento index koeficientu na standardní frekvenci v Hertzích.

$\frac{k}{N}$ je normovaná frekvence. Odnormování násobením F_s:

$f_{max} =$ $\frac{26}{256} \cdot 8000 \doteq \frac{1}{10} 8000 = 800$ Hz. Hz.

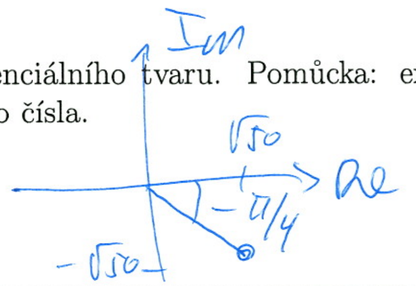
Půlsemestrální zkouška ISS, 30.10.2019, zadání B

Ref

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....

(prosím čitelně!)

Příklad 1 Převeďte komplexní číslo $z = \sqrt{50} - j\sqrt{50}$ do exponenciálního tvaru. Pomůcka: exponenciální tvar je $z = re^{j\phi}$, kde r je modul a ϕ je argument komplexního čísla.



viz A

$z =$ $10 e^{-j\frac{\pi}{4}}$

Příklad 2 Rozložte cosinusovku s diskrétním časem na dvě komplexní exponenciály. Vyznačte, co jsou (komplexní) konstanty a co jsou funkce diskrétního času n. Pomůcka: $\cos\alpha = \frac{e^{j\alpha}+e^{-j\alpha}}{2}$.

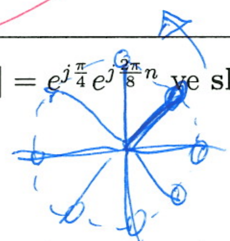
$x[n] = 2\cos\left(\frac{2\pi}{128}n - \frac{\pi}{6}\right)$

viz A

$x[n] =$ $e^{-j\frac{\pi}{6}} e^{j\frac{2\pi}{128}n} + e^{+j\frac{\pi}{6}} e^{-j\frac{2\pi}{128}n}$

Příklad 3 Napište hodnoty komplexní exponenciály $x[n] = e^{j\frac{\pi}{4}}e^{j\frac{2\pi}{8}n}$ ve **složkovém tvaru** pro $n = 0\dots7$. Pro zjednodušení můžete použít $q = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

viz A



n	0	1	2	3	4	5	6	7
$x[n]$	$q+jq$	j	$-q+jq$	-1	$-q-jq$	$-j$	$q-jq$	1

Příklad 4 Dopište kód v jazyce C pro generování komplexní exponenciály $e^{j\frac{2\pi}{N}kn}$ pro zadané parametry N a k a pro $n = 0\dots255$. Reálnou složku očekávám v poli `re`, imaginární složku v poli `im`. Budete-li potřebovat, dodeklarujte si jakoukoliv další proměnnou. Funkce `cos` a `sin` můžete použít, jiné ne.

```
double re[256], im[256];
int N=256, k=3, n;

for (n = 0; n < N; n++) {
```

viz A

```
}
```

Příklad 5 Nakreslete schéma číslicového filtru, jehož výstupní vzorek $y[n]$ je aritmetickým průměrem vstupních vzorků $x[n]$, $x[n-1]$ a $x[n-2]$. Nezapomeňte, že povolené operace jsou pouze násobení, součet a zpoždění o jeden vzorek.

viz A

Příklad 6 Filtr s nekonečnou impulsní odezvou (IIR) má diferenční rovnici
$y[n] = x[n] + 0.5y[n-1] - 0.5y[n-2]$.
Vypočítejte první 4 vzorky jeho impulsní odezvy.

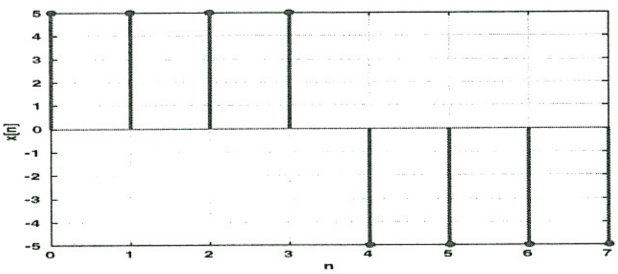
$h[0] = 1$
$h[1] = 0{,}5$
$h[2] = 0{,}5 \cdot 0{,}5 - 0{,}5 \cdot 1 = -0{,}25$
$h[3] = 0{,}5 \cdot (-0{,}25) - 0{,}5 \cdot 0{,}5 = -0{,}375$

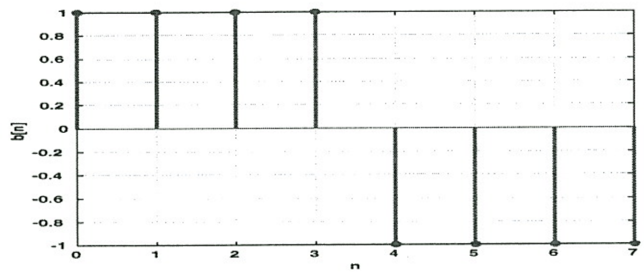
$h[0] =$ 1, $h[1] =$ 0,5, $h[2] =$ −0,25, $h[3] =$ −0,375

Příklad 7 Impulsní odezva filtru FIR je $h = [1 \quad -1 \quad 1 \quad -1 \quad 1 \quad -1 \quad 1 \quad -1]$. Nakreslete **přibližně** frekvenční charakteristiku tohoto filtru a rozhodněte, zda se jedná o dolní propusť / horní propusť / pásmovou propusť / pásmovou zádrž. Svůj postup velmi stručně popište.

viz A

Příklad 8 Najděte koeficient podobnosti (koeficient průmětu do báze) pro zadaný signál a zadanou bázi.
Pomůcka: $c = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]b[n]$





$c =$ $4 \cdot 5 \cdot 1 + 4 \cdot (-5) \cdot (-1) = \underline{\underline{40}}$

Příklad 9 Vypočtěte první 3 koeficienty diskrétní Fourierovy transformace (DFT) pro konstantní (stejnosměrný) signál: $x[n] = 5$ o délce $N = 100$ vzorků. Pomůcka: $X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$.

viz A

$X[0] =$ 500 $X[1] =$ 0 $X[2] =$ 0

Příklad 10 Pro diskrétní signál o délce $N = 256$ vzorků na vzorkovací frekvenci F_s =8000 Hz proběhl výpočet DFT, maximum modulu bylo nalezeno na $k_{max} = 52$. Převeďte tento index koeficientu na standardní frekvenci v Hertzích.

viz A

$f_{max} = \frac{52}{256} \cdot 8000 \doteq \frac{1}{5} 8000 = 1600$ Hz
Hz.

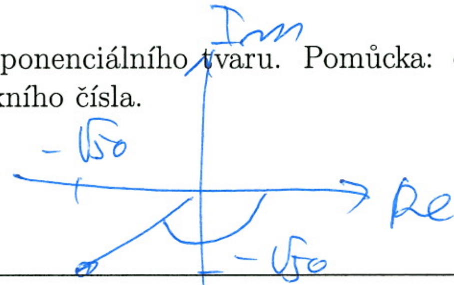
Půlsemestrální zkouška ISS, 30.10.2019, zadání C

Ref

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(prosím čitelně!)

Příklad 1 Převeďte komplexní číslo $z = -\sqrt{50} - j\sqrt{50}$ do exponenciálního tvaru. Pomůcka: exponenciální tvar je $z = re^{j\phi}$, kde r je modul a ϕ je argument komplexního čísla.

viz A



$z =$ $10 e^{-j\frac{3}{4}\pi}$

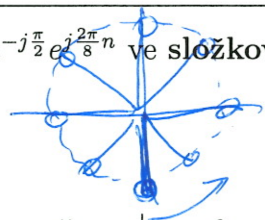
Příklad 2 Rozložte cosinusovku s diskrétním časem na dvě komplexní exponenciály. Vyznačte, co jsou (komplexní) konstanty a co jsou funkce diskrétního času n. Pomůcka: $\cos\alpha = \frac{e^{j\alpha}+e^{-j\alpha}}{2}$.
$x[n] = 16\cos\left(\frac{2\pi}{128}n + \frac{\pi}{6}\right)$

viz A

$x[n] =$ $8 e^{j\frac{\pi}{6}} e^{j\frac{2\pi}{128}n} + 8 e^{-j\frac{\pi}{6}} e^{-j\frac{2\pi}{128}n}$

Příklad 3 Napište hodnoty komplexní exponenciály $x[n] = e^{-j\frac{\pi}{2}}e^{j\frac{2\pi}{8}n}$ ve **složkovém tvaru** pro $n = 0\ldots7$. Pro zjednodušení můžete použít $q = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

viz A



n	0	1	2	3	4	5	6	7
$x[n]$	$-j$	$q-jq$	1	$q+jq$	j	$-q+jq$	-1	$-q-jq$

Příklad 4 Dopište kód v jazyce C pro generování komplexní exponenciály $e^{j\frac{2\pi}{N}kn}$ pro zadané parametry N a k a pro $n = 0\ldots255$. Reálnou složku očekávám v poli `re`, imaginární složku v poli `im`. Budete-li potřebovat, dodeklarujte si jakoukoliv další proměnnou. Funkce `cos` a `sin` můžete použít, jiné ne.

```
double re[256], im[256];
int N=256, k=3, n;

for (n = 0; n < N; n++) {
```

viz A

```
}
```

Příklad 5 Nakreslete schéma číslicového filtru, jehož výstupní vzorek $y[n]$ je aritmetickým průměrem vstupních vzorků $x[n]$, $x[n-1]$ a $x[n-2]$. Nezapomeňte, že povolené operace jsou pouze násobení, součet a zpoždění o jeden vzorek.

viz A

Příklad 6 Filtr s nekonečnou impulsní odezvou (IIR) má diferenční rovnici
$y[n] = x[n] - y[n-1] - 0.5y[n-2]$.
Vypočítejte první 4 vzorky jeho impulsní odezvy.

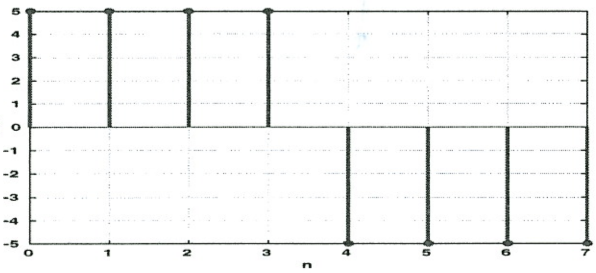
$h[0] = 1$
$h[1] = -1$
$h[2] = -(-1) - 0{,}5(1) = 0{,}5$
$h[3] = -0{,}5 - 0{,}5(-1) = 0$

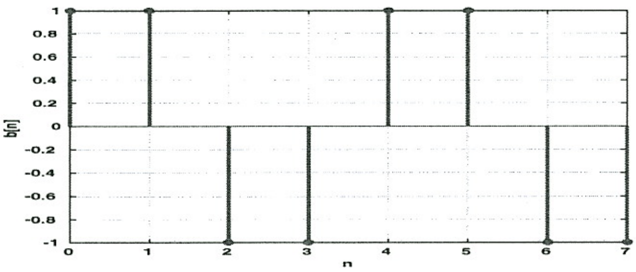
$h[0] =$ ....1...., $h[1] =$ ....−1...., $h[2] =$ ....0,5...., $h[3] =$ ....0....

Příklad 7 Impulsní odezva filtru FIR je $h = [1 \quad -1 \quad 1 \quad -1 \quad 1 \quad -1 \quad 1 \quad -1]$. Nakreslete **přibližně** frekvenční charakteristiku tohoto filtru a rozhodněte, zda se jedná o dolní propusť / horní propusť / pásmovou propusť / pásmovou zádrž. Svůj postup velmi stručně popište.

viz A

Příklad 8 Najděte koeficient podobnosti (koeficient průmětu do báze) pro zadaný signál a zadanou bázi. Pomůcka: $c = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]b[n]$





$c =$ ....$2 \cdot 5 \cdot 1 + 2 \cdot 5 \cdot (-1) + 2 \cdot (-5) \cdot 1 + 2(-5)(-1) = 0$

Příklad 9 Vypočtěte první 3 koeficienty diskrétní Fourierovy transformace (DFT) pro konstantní (stejnosměrný) signál: $x[n] = 9$ o délce $N = 100$ vzorků. Pomůcka: $X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$.

viz A

$X[0] =$ ....900.... $X[1] =$ ....0.... $X[2] =$ ....0....

Příklad 10 Pro diskrétní signál o délce $N = 256$ vzorků na vzorkovací frekvenci $F_s = 16000$ Hz proběhl výpočet DFT, maximum modulu bylo nalezeno na $k_{max} = 26$. Převeďte tento index koeficientu na standardní frekvenci v Hertzích.

viz A

$\frac{26}{256} \cdot 16000 \doteq \frac{1}{10} 16000 = 1600$ Hz

$f_{max} =$ .... Hz.

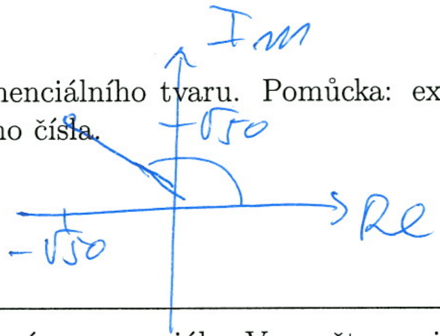
Půlsemestrální zkouška ISS, 30.10.2019, zadání D

Ref.

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(prosím čitelně!)

Příklad 1 Převeďte komplexní číslo $z = -\sqrt{50} + j\sqrt{50}$ do exponenciálního tvaru. Pomůcka: exponenciální tvar je $z = re^{j\phi}$, kde r je modul a ϕ je argument komplexního čísla.

viz A



$z = 10\, e^{j\frac{3}{4}\pi}$

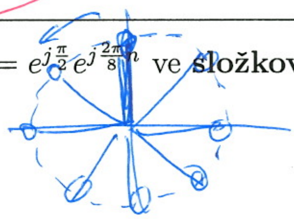
Příklad 2 Rozložte cosinusovku s diskrétním časem na dvě komplexní exponenciály. Vyznačte, co jsou (komplexní) konstanty a co jsou funkce diskrétního času n. Pomůcka: $\cos\alpha = \frac{e^{j\alpha}+e^{-j\alpha}}{2}$.
$x[n] = 16\cos\left(\frac{2\pi}{128}n - \frac{\pi}{6}\right)$

viz A

$x[n] = 8\, e^{-j\frac{\pi}{6}}\, e^{j\frac{2\pi}{128}n} + 8\, e^{+j\frac{\pi}{6}}\, e^{-j\frac{2\pi}{128}n}$

Příklad 3 Napište hodnoty komplexní exponenciály $x[n] = e^{j\frac{\pi}{2}}e^{j\frac{2\pi}{8}n}$ ve **složkovém tvaru** pro $n = 0 \ldots 7$. Pro zjednodušení můžete použít $q = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

viz A



n	0	1	2	3	4	5	6	7
$x[n]$	j	$-q+jq$	-1	$-q-jq$	$-j$	$q-jq$	1	$q+jq$

Příklad 4 Dopište kód v jazyce C pro generování komplexní exponenciály $e^{j\frac{2\pi}{N}kn}$ pro zadané parametry N a k a pro $n = 0 \ldots 255$. Reálnou složku očekávám v poli `re`, imaginární složku v poli `im`. Budete-li potřebovat, dodeklarujte si jakoukoliv další proměnnou. Funkce `cos` a `sin` můžete použít, jiné ne.

```
double re[256], im[256];
int N=256, k=3, n;

for (n = 0; n < N; n++) {

    viz A

}
```

Příklad 5 Nakreslete schéma číslicového filtru, jehož výstupní vzorek $y[n]$ je aritmetickým průměrem vstupních vzorků $x[n]$, $x[n-1]$ a $x[n-2]$. Nezapomeňte, že povolené operace jsou pouze násobení, součet a zpoždění o jeden vzorek.

viz A

Příklad 6 Filtr s nekonečnou impulsní odezvou (IIR) má diferenční rovnici
$y[n] = x[n] - 0.5y[n-1] - 0.5y[n-2]$.
Vypočítejte první 4 vzorky jeho impulsní odezvy.

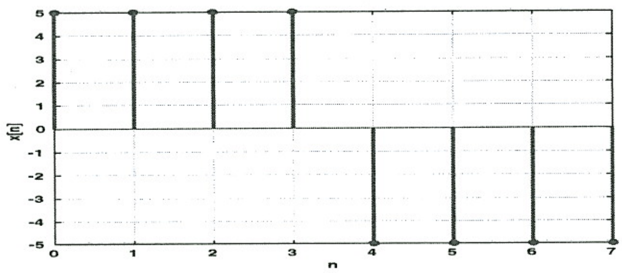
$h[0] = 1$
$h[1] = -0{,}5$
$h[2] = -0{,}5 \cdot (-0{,}5) - 0{,}5 \cdot 1 = -0{,}25$
$h[3] = -0{,}5(-0{,}25) - 0{,}5(-0{,}5) = 0{,}375$

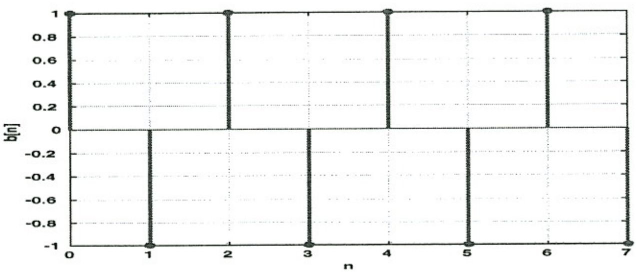
$h[0] =$ 1, $h[1] =$ $-0{,}5$, $h[2] =$ $-0{,}25$, $h[3] =$ $0{,}375$

Příklad 7 Impulsní odezva filtru FIR je $h = [1 \;\; -1 \;\; 1 \;\; -1 \;\; 1 \;\; -1 \;\; 1 \;\; -1]$. Nakreslete **přibližně** frekvenční charakteristiku tohoto filtru a rozhodněte, zda se jedná o dolní propusť / horní propusť / pásmovou propusť / pásmovou zádrž. Svůj postup velmi stručně popište.

Viz A

Příklad 8 Najděte koeficient podobnosti (koeficient průmětu do báze) pro zadaný signál a zadanou bázi.
Pomůcka: $c = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]b[n]$





$c =$ $2 \cdot 5 \cdot 1 + 2 \cdot 5 \cdot (-1) + 2(-5) \cdot 1 + 2 \cdot (-5)(-1) = \underline{\underline{0}}$

Příklad 9 Vypočtěte první 3 koeficienty diskrétní Fourierovy transformace (DFT) pro konstantní (stejnosměrný) signál: $x[n] = 10$ o délce $N = 100$ vzorků. Pomůcka: $X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$.

Viz A

$X[0] =$ 1000 $X[1] =$ 0 $X[2] =$ 0

Příklad 10 Pro diskrétní signál o délce $N = 256$ vzorků na vzorkovací frekvenci F_s =16000 Hz proběhl výpočet DFT, maximum modulu bylo nalezeno na $k_{max} = 52$. Převeďte tento index koeficientu na standardní frekvenci v Hertzích.

$\frac{52}{256} \cdot 16000 \doteq \frac{1}{5} 16000 = 3200 \text{ Hz}$

$f_{max} =$ $\frac{52}{256}$ Hz.