# Semetrální zkouška ISS, 1. opravný termín 25.1.2006, skupina A

Login: .....................  Podpis: .........................

**Příklad 1** Jaká je stejnosměrná složka (střední hodnota) signálu $x(t) = 5\cos^2(100\pi t)$ ? Pomůcka: $\cos^2(x) = \frac{1+\cos(2x)}{2}$.

| A | B | C | D |
|---|---|---|---|
| -2.5 | 0 | 2.5 | 5 |

---

**Příklad 2** Pilovitý periodický signál je v intervalu $t \in [0, 2)$ definován: $x(t) = 3t$ a má periodu $T_1 = 2$. Určete, jakou hodnotu bude mít zpožděný signál $y(t) = x(t-1)$ v čase $t = 1$.

| A | B | C | D |
|---|---|---|---|
| $y(1) = 0$ | $y(1) = 1.5$ | $y(1) = 3$ | $y(1) = 4.5$ |

---

**Příklad 3** Na vstup $x_1(t) = \cos(100\pi t)$ reaguje systém výstupem $y_1(t) = 10\cos(100\pi t)$.
Na vstup $x_2(t) = \cos(200\pi t)$ reaguje systém výstupem $y_2(t) = 50\cos(200\pi t)$.
Na vstup $x_3(t) = \cos(100\pi t) + \cos(200\pi t)$ reaguje systém výstupem $y_3(t) = 10\cos(100\pi t) + 50\cos(200\pi t) + 60\cos(300\pi t)$. Jedná se o lineární systém ?

| A | B | C | D |
|---|---|---|---|
| lineární | nelineární | nedá se určit | na mezi linearity |

---

**Příklad 4** Je dán obdélníkový signál se spojitým časem: $x_1(t) = \begin{cases} 1 & pro \quad 0 \le t < 1 \\ 0 & jinde \end{cases}$
Signál $x_2(t)$ je stejný: $x_2(t) = x_1(t)$. Jaká je konvoluce obou signálů $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$ ?

| A | B |
|---|---|
| rampa<br>$y(t) = \begin{cases} t/2 & pro \quad 0 \le t < 2 \\ 0 & jinde \end{cases}$ | kombinace exponenciál<br>$y(t) = \begin{cases} e^t & pro \quad 0 \le t < 1 \\ e^{-t} & pro \quad 1 \le t < 2 \\ 0 & jinde \end{cases}$ |
| **C** | **D** |
| parabola<br>$y(t) = \begin{cases} -(x-1)^2 + 1 & pro \quad 0 \le t < 2 \\ 0 & jinde \end{cases}$ | trojúhelník<br>$y(t) = \begin{cases} t & pro \quad 0 \le t < 1 \\ 2-t & pro \quad 1 \le t < 2 \\ 0 & jinde \end{cases}$ |

---

**Příklad 5** Je dán **komplexní** signál $x(t) = 45e^{j100\pi t}$. Jaké jsou jeho koeficienty Fourierovy řady ?

| A | B | C | D |
|---|---|---|---|
| pouze $c_1 = 22.5$ | pouze $c_1 = 45$ | $c_1$=22.5 a $c_{-1}$=-22.5 | $c_1$=22.5 a $c_{-1}$=22.5 |

---

**Příklad 6** Signál má nenulové koeficienty Fourierovy řady od $c_{-5}$ do $c_5$. K signálu je přičten stejnosměrný signál o velikosti 5. Jak se změní jeho koeficienty FŘ?

| A | B | C | D |
|---|---|---|---|
| všechny $c_{-\infty} \dots c_{-\infty}$ vzrostou o 5. | pouze $c_{-5} \dots c_{-5}$ vzrostou o 5. | pouze $c_0$ vzroste o 5. | nic se nestane |

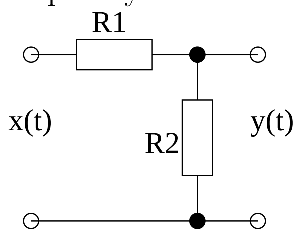
---

**Příklad 7** Jaký je argument spektrální funkce posunutého Diracova impulsu $x(t) = \delta(t-5)$ ?

| A | B | C | D |
|---|---|---|---|
| $\arg X(j\omega) = 0$ | $\arg X(j\omega) = e^{-j5\omega}$ | $\arg X(j\omega) = -5j\omega$ | $\arg X(j\omega) = -5\omega$ |

---

**Příklad 8** Systém se spojitým časem je odporový dělič s hodnotami rezistorů $R_1 = 12$ k$\Omega$, $R_2 = 24$ k$\Omega$.




Jaká je komplexní kmitočtová charakteristika tohoto systému ?

| A | B | C | D |
|---|---|---|---|
| $H(j\omega) = \frac{2}{3}e^{-j\omega}$ | $H(j\omega) = \frac{2}{3}e^{+j\omega}$ | $H(j\omega) = \frac{2}{3}$ | $H(j\omega) = j\frac{2}{3}$ |

---

**Příklad 9** Máte k disposici analogovou nahrávku, kterou převádíte do digitální formy se vzorkovací frekvencí 16 kHz. Na nahrávce je kontrabas (mezní frekvence 5 kHz) a činel (mezní frekvence 12 kHz). Kdy se projeví při vzorkování aliasing ?

| A | B | C | D |
|---|---|---|---|
| nikdy | pouze když hraje samotný kontrabas | vždy když hraje činel | pouze pokud hrají kontrabas a činel zároveň |

---

**Příklad 10** Frekvenční analýza signálu pomocí FFT vrátila vektor 512 koeficientů (číslované od nuly). 61. koeficient má maximální hodnotu. Na jaké frekvenci v Hz toto maximum leží, je-li vzorkovací frekvence 44.1 kHz ?

| A | B | C | D |
|---|---|---|---|
| 5.25 kHz | 6.1 kHz | 10.51 kHz | 61 kHz |

---

**Příklad 11** Signál se spojitým časem $x(t) = 4\cos(\frac{5}{8}t)$ má periodu:

| A | B | C | D |
|---|---|---|---|
| není periodický | $T_1 = \frac{8}{5}$ | $T_1 = \frac{8}{5\pi}$ | $T_1 =$10.05 |

---

**Příklad 12** Výsledkem periodické konvoluce dvou posloupností $x_1[n] = [3 \;\; 5 \;\; 2]$, $\quad x_2[n] = [3 \;\; \text{-1} \;\; 1]$ je posloupnost

| A | B |
|---|---|
| $y[n] = [\ldots\;\; 14\; 4\; 12\; 14\; 4\; 12\; 14\; \ldots]$ | $y[n] = [\ldots\;\; 0\; 0\; 12\; 14\; 4\; 0\; 0\; \ldots]$ |
| **C** | **D** |
| $y[n] = [\ldots\;\; 0\; 0\; 1\; 3\; 15\; 0\; 0\; \ldots]$ | $y[n] = [\ldots\;\; 3\; 15\; 1\; 3\; 15\; 1\; 3\; \ldots]$ |

---

**Příklad 13** Diskrétní signál o délce $N = 16$ má pro $n = 0 \ldots 15$ pouze 2 nenulové vzorky: $x[0] = 1$, $x[1] = -1$. Určete koeficient $X[5]$ jeho diskrétní Fourierovy transformace.

| A | B | C | D |
|---|---|---|---|
| 0.6173 + j0.9239 | 1 + j | 1.3827 + j 0.9239 | 1.7071 + 0.7071i |

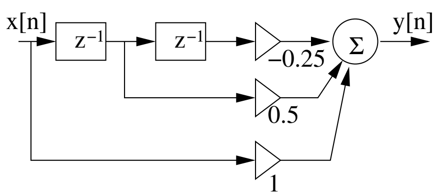
---

**Příklad 14** Jsou vypočítány koeficienty diskrétní Fourierovy řady harmonického diskrétního signálu s periodou $N_1 = 16$. Koeficient $\tilde{X}[1] = 5$. Jaká je hodnota koeficientu $\tilde{X}[6]$ ?

| A | B | C | D |
|---|---|---|---|
| nedá se určit | $\tilde{X}[6] = 0$ | $\tilde{X}[6] = 5$ | $\tilde{X}[6] = -5$ |

---

**Příklad 15** Na vstupu číslicového filtru na obrázku je (pro časy $n = 0 \ldots 5$) signál:
$x[n] = [1 \quad -0.5 \;\; 0 \;\; 0 \;\; 0]$.

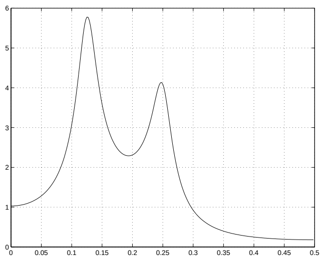



Na výstupu filtru bude pro tyto časy $y[n] =$

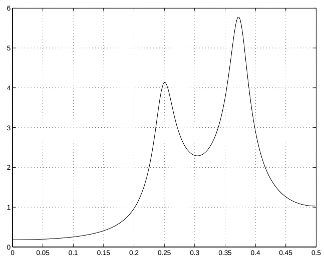
| A | B | C | D |
|---|---|---|---|
| [ 1 0 -0.5 0.125 0] | [ 0 1 0 -0.5 0.125 ] | [ 0.125 0 1 0 -0.5 ] | [ -0.5 0.125 0 1 0 ] |

**Příklad 16** Diskrétní systém je popsán dvěma dvojicemi pólů: $p_{1,2} = 0.9e^{\pm j\frac{\pi}{4}}$, $p_{3,4} = 0.9e^{\pm j\frac{\pi}{2}}$. Určete, na kterém obrázku je modul jeho kmitočtové charakteristiky (frekvence jsou zobrazeny od nuly do poloviny vzorkovací frekvence).

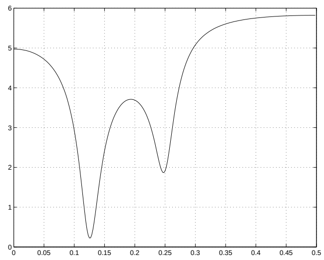
A



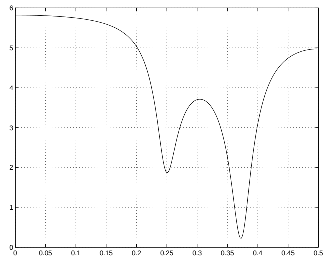
B



C



D



---

**Příklad 17** Funkce hustoty rozdělení pravděpodobosti stacionárního diskrétního náhodného procesu má tvar obdélníka: $p(x) = \begin{cases} \frac{1}{6} & pro\ -3 \leq x \leq 3 \\ 0 & jinde \end{cases}$

Vzorek s hodnotou -5 se v realizaci takového náhodného procesu

| A | B | C | D |
|---|---|---|---|
| nevyskytne nikdy | vyskytne s pravděpodobností 0.32 | vysktyne s pravděpodobností 0.64 | všechny vzorky budou mít hodnotu -5 |

---

**Příklad 18** Náhodný signál má hodnoty rovnoměrně rozdělené od -1 do 1 a jeho vzorky nejsou korelovány (dva vzorky vedle sebe jsou tedy naprosto nezávislé). Náhodný signál je na vstupu FIR filtru s impulsní odezvou (pro $n = [0 \quad 1]$): $h[n]$ =[-1 1]. Jakých hodnot může nabývat signál na výstupu?

| A | B | C | D |
|---|---|---|---|
| $[-\infty, \ +\infty]$ | $[-4, \ +4]$ | $[-2, \ +2]$ | $[-1, \ +1]$ |

---

**Příklad 19** Hodnota spektrální hustoty výkonu náhodného signálu $x[n]$ na normované kruhové frekvenci $0.1\pi$ je $G_x(e^{j0.1\pi}) = 5$. Signál prochází filtrem, který má na této normované kruhové frekvenci hodnotu komplexní kmitočtové charakteristiky $H(e^{j0.1\pi}) = 16e^{-j0.3}$. Určete hodnotu spektrální hustoty výkonu náhodného signálu $y[n]$ na normované kruhové frekvenci $0.1\pi$ na výstupu tohoto filtru: $G_y(e^{j0.1\pi})$

| A | B | C | D |
|---|---|---|---|
| 1280 | 256 | 80 | 1 |

---

**Příklad 20** Střední výkon bílého šumu se střední hodnotou 0 a směrodatnou odchylkou 1 je $P_s = 1$. Jakou hodnotou musíme tento šum násobit, abychom dostali střední výkon $P_s = 12$ ?

| A | B | C | D |
|---|---|---|---|
| 1 | 12 | $\sqrt{12}$ | -12 |