## Semetrální zkouška ISS – 1. opravný termín, 25.1.2008, skupina A

Login: ..... Podpis: .....

**Příklad 1** Spektrální funkce signálů $x_1(t)$ a $x_2(t)$ jsou:

$$X_1(j\omega) = \begin{cases} 2 & \text{pro} \quad -1 \le \omega \le 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \qquad X_2(j\omega) = \begin{cases} 4 & \text{pro} \quad -2 \le \omega \le 2 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Určete spektrální funkci $Y(j\omega)$ signálu $y(t)$, který je konvolucí: $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$.

| A | B | C | D |
|---|---|---|---|
| $\begin{cases} 8 & \text{pro} \quad -1 \le \omega \le 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ | $\begin{cases} 8 & \text{pro} \quad -2 \le \omega \le 2 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ | 8 | $\begin{cases} 8(\omega+2) & \text{pro} \quad -2 \le \omega \le -1 \\ 8 & \text{pro} \quad -1 \le \omega \le 1 \\ 8(2-\omega) & \text{pro} \quad 1 \le \omega \le 2 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ |

---

**Příklad 2** Vzorkovací frekvence je $F_s$ =16000 Hz. Výsledkem vzorkování a ideální rekonstrukce harmonického signálu $x(t)$ o frekvenci $f$ =13000 Hz (bez použití antialiasingového filtru) je:

| A | B | C | D |
|---|---|---|---|
| signál s frekvencí 3000 Hz | signál s frekvencí 8000 Hz | signál s frekvencí 13000 Hz | nula |

---

**Příklad 3** Vypočítejte lineární konvoluci dvou posloupností o délce 3:
$x_1[n] = [3 \;\; 4 \;\; -1]$ a $x_2[n] = [1 \;\; 1 \;\; 2]$

| A | B | C | D |
|---|---|---|---|
| [ 10 5 9 ] | [ 3 7 9 7 -2 ] | [ -2 3 7 9 7 ] | [ 18 3 15 ] |

---

**Příklad 4** DFŘ reálného periodického signálu $\tilde{x}[n]$ s periodou 16 má v intervalu $k = 0 \ldots 15$ pouze dva nenulové koeficienty: $\tilde{X}[2] = j$, $\tilde{X}[14] = -j$. Určete signál $\tilde{x}[n]$.

| A | B | C | D |
|---|---|---|---|
| $\tilde{x}[n] = \frac{1}{8}\cos(\frac{4\pi n}{16} + \frac{\pi}{2})$ | $\tilde{x}[n] = \frac{1}{8}\cos(\frac{2\pi n}{16} + \frac{\pi}{2})$ | signál není reálný | signál není periodický |

---

**Příklad 5** Koeficient $X[2]$ diskrétní Fourierovy transormace signálu $x[n]$ o délce 8 má hodnotu $X[2] = 4j$. Určete, jakou bude mít hodnotu koeficient $Y[1]$ pro signál $y[n]$, který je kruhově posunutým signálem $x[n]$: $y[n] = R_8\, x[\mathrm{mod}_8(n-1)]$

| A | B | C | D |
|---|---|---|---|
| $Y[1] = 2.82 + j2.82$ | $Y[1] = 4$ | $Y[1] = 2.82 - j2.82$ | $Y[1]$ se nedá určit |

**Příklad 6** Při průchodu komplexní exponenciály $A_1 e^{j\omega_1 t+\phi_1}$ LTI systémem, který má na frekvenci $\omega_1$ hodnotu komplexní kmitočtové chaerakteristiky $H(j\omega_1) = j$

| A | B | C | D |
|---|---|---|---|
| se změní kruhová frekvence $\omega_1$ exponenciály | se vynásobí počáteční fáze $\phi_1$ dvakrát | se zvětší amplituda na $2A_1$ | se změní počáteční fáze na $\phi_1 + \frac{\pi}{2}$ |

---

**Příklad 7** Číslicový filtr s přenosovou funkcí: $H(z) = 1 + 14z^{-1} + 0.25z^{-2}$ je

| A | B | C | D |
|---|---|---|---|
| stabilní | nestabilní | na mezi stability | nedá se rozhodnout |

---

**Příklad 8** Funkce:

```
double ahoj(double x) {
  static double fff,ggg;  double y;
  y = x - 1.5 * ggg - 0.5 * fff;
  ggg = x;
  fff = y;
  return y;
}
```

implementuje:

| A | B | C | D |
|---|---|---|---|
| drát (pouze kopíruje vstupní vzorky na výstup) | nerekurzivní filtr | čistě rekurzivní filtr | obecně rekurzivní filtr |

---

**Příklad 9** Pásmová propusť druhého řádu zpracovávající signály se vzorkovací frekvencí $F_s = 16000\ Hz$ má dva komplexně sdružené póly: $p_1 = j0.9,\ p_2 = -0.9j$

Maximum modulové frekvenční charakteristiky tohoto filtru je na frekvenci:

| A | B | C | D |
|---|---|---|---|
| 1000 Hz | 2000 Hz | 3000 Hz | 4000 Hz |

---

**Příklad 10** Funkce $F(x,t) = \begin{cases} \frac{1}{2}(1+\cos(\pi x)) & pro \quad -1 \le x \le 1 \\ 0 & jinde \end{cases}$ může být distribuční funkce:

| A | B | C | D |
|---|---|---|---|
| ANO | ANO pouze pro náhodné signály se spojitým časem | ANO pouze pro náhodné signály s diskrétním časem | NE |

**Příklad 11** Je-li pro hodnota distribuční funkce stacionárního náhodného signálu pro $x_1$ a čas $t_1$ rovna $F(x_1, t_1) = 0.45$, pak pro $x_2 > x_1$ a $t_2 < t_1$ bude platit:

| A | B | C | D |
|---|---|---|---|
| $F(x_2, t_2) < 0.45$ | $F(x_2, t_2) \geq 0.45$ | $F(x_2, t_2) = (0.45)^2$ | zadání je nesmysl |

---

**Příklad 12** Hodnoty náhodného signálu v čase $t = 4$ v pěti realizacích byly:

```
3.3818    3.3783    0.9247    1.6546    1.3493
```

Suborový odhad střední hodnoty je:

| A | B | C | D |
|---|---|---|---|
| 1.13 | 1.57 | 2.13 | 2.57 |

---

**Příklad 13** Ve 4 realizacích $\xi_\omega[n]$ náhodného procesu s diskrétním časem byly pro $n = 0 \ldots 7$ získány následující hodnoty vzorků (každý řádek je jedna realizace):

```
 0.5218    1.4983    0.5218   -1.3234   -0.4191    0.1455   -0.7147    0.2920
-1.3522    0.2132   -1.3522    1.3869    0.7516    0.7200   -0.2044    0.4028
 0.9091   -1.2484    0.9091    1.2478    0.3060   -0.7393    1.1204    0.0402
 0.6980   -0.2333    0.5000   -1.2838    0.1602   -0.6240    1.0739   -0.4927
```

Jaký bude odhadnutý autokorelační koeficient $R(0, 2)$:

| A | B | C | D |
|---|---|---|---|
| komplexní | reálný kladný | reálný záporný | nulový |

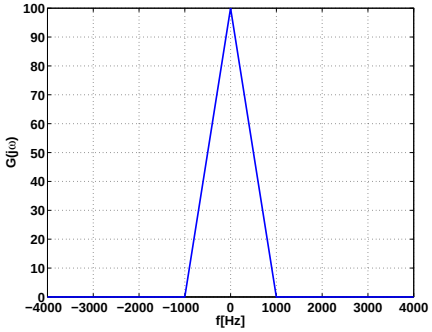
---

**Příklad 14** Pro $n = [0 \;\; 1 \;\; 2 \;\; 3]$ je dán náhodný signál s diskrétním časem: $x[n] = [-1 \quad 1 \quad 1 \quad 1]$ Nevychýlený odhad jeho autokorelačních koeficientů $R[k]$ pro $k \in [0, 3]$ je:

| A | B | C | D |
|---|---|---|---|
| [ 1 0.25 0 -0.25 ] | [ 1 -0.25 0 0.25 ] | [ 1 0.33 0 -1 ] | [ 1 -0.33 0 -1 ] |

---

**Příklad 15** Na obrázku je spektrální hustota výkonu signálu se spojitým časem. Určete jeho celkový střední výkon.




| A | B | C | D |
|---|---|---|---|
| 1000 | 50000 | 100000 | 200000 |

**Příklad 16** Gaussovský bílý šum se střední hodnotou $\mu = 1$ a směrodatou odchylkou $\sigma = 8$ prochází systémem s přenosovou funkcí $H(z) = 14$. Výstupní signál:

| A | B | C | D |
|---|---|---|---|
| není náhodný | je nulový | má sousední vzorky korelované | má konstantní spektrální hustotu výkonu pro všechny frekvence |

---

**Příklad 17** Stacionární náhodný signál má funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti: $p(x) = \begin{cases} \frac{1}{20} & pro \;\; 50 \leq x \leq 150 \\ 0 & jinde \end{cases}$, má tedy stejnosměrnou složku 100. Určete jeho střední výkon.

| A | B | C | D |
|---|---|---|---|
| $P = 100$ | $P = 10833$ | $P = 9167$ | funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti není správně zadána |

---

**Příklad 18** Zelení mužícci z Alfa Centauri mají k disposici počítače s tribity, které mohou nabývat 3 různých stavů (nikoliv dvou jako bity). O kolik se zlepší poměr signálu k šumu, pokud zvýšíme počet tribitů alfacentaurského kvantizéru o jeden tribit ?

| A | B | C | D |
|---|---|---|---|
| o 6 dB | o 8.52 dB | o 9.54 dB | zhorší se o 1.23 dB |

---

**Příklad 19** Obrázek o rozměrech 256×256 pixelů $x[k, l]$ má jediný pixel $x[0, 1] = 1$, všechny ostatní jsou nulové (malá bílá tečka v levém horním rohu). Modul jeho dvourozměrné diskrétní Fourierovy transformace (2D-DFT) je:

| A | B | C | D |
|---|---|---|---|
| $\|X[m, n]\| = 0$ pro všechna $m, n$ | $\|X[m, n]\| = 1$ pro všechna $m, n$ | $\|X[0, 0]\| = 1$ $\|X[m, n]\| = 0$ jinde | $\|X[0, 0]\| = \frac{1}{2}$ $\|X[255, 255]\| = \frac{1}{2}$ $\|X[m, n]\| = 0$ jinde |

---

**Příklad 20** Z obrázku $x[k.l]$ o rozměrech 256×256 pixelů byl získán filtrováním pomocí masky $3 \times 3$ naprosto stejný obrázek. Určete, jaká byla použita maska.

| A | B | C | D |
|---|---|---|---|
| $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ |