Semetrální zkouška ISS – 1. opravný termín, 25.1.2008, skupina B

Login: .... Podpis: ....

Příklad 1 Spektrální funkce signálů $x_1(t)$ a $x_2(t)$ jsou:

$$X_1(j\omega) = \begin{cases} 2 & \text{pro} \quad -2 \leq \omega \leq 2 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \qquad X_2(j\omega) = \begin{cases} 4 & \text{pro} \quad -2 \leq \omega \leq 2 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Určete spektrální funkci $Y(j\omega)$ signálu $y(t)$, který je konvolucí: $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$.

A	B	C	D
$\begin{cases} 8 & \text{pro} \quad -1 \leq \omega \leq 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$	$\begin{cases} 8 & \text{pro} \quad -2 \leq \omega \leq 2 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$	8	$\begin{cases} 8(\omega+2) & \text{pro} \quad -2 \leq \omega \leq -1 \\ 8 & \text{pro} \quad -1 \leq \omega \leq 1 \\ 8(2-\omega) & \text{pro} \quad 1 \leq \omega \leq 2 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Příklad 2 Vzorkovací frekvence je F_s =16000 Hz. Výsledkem vzorkování a ideální rekonstrukce harmonického signálu $x(t)$ o frekvenci f =13000 Hz (bez použití antialiasingového filtru) je:

A	B	C	D
signál s frekvencí 3000 Hz	signál s frekvencí 13000 Hz	signál s frekvencí 8000 Hz	nula

---

Příklad 3 Vypočítejte lineární konvoluci dvou posloupností o délce 3:
$x_1[n] = [3 \;\; 4 \;\; -1]$ a $x_2[n] = [1 \;\; 1 \;\; 2]$

A	B	C	D
[3 7 9 7 -2]	[-2 3 7 9 7]	[10 5 9]	[18 3 15]

Příklad 4 DFŘ reálného periodického signálu $\tilde{x}[n]$ s periodou 16 má v intervalu $k = 0 \ldots 15$ pouze dva nenulové koeficienty: $\tilde{X}[2] = j$, $\tilde{X}[14] = -j$. Určete signál $\tilde{x}[n]$.

A	B	C	D
signál není reálný	signál není periodický	$\tilde{x}[n] = \frac{1}{8}\cos(\frac{4\pi n}{16} + \frac{\pi}{2})$	$\tilde{x}[n] = \frac{1}{8}\cos(\frac{2\pi n}{16} + \frac{\pi}{2})$

Příklad 5 Koeficient $X[2]$ diskrétní Fourierovy transormace signálu $x[n]$ o délce 8 má hodnotu $X[2] = 4j$. Určete, jakou bude mít hodnotu koeficient $Y[3]$ pro signál $y[n]$, který je kruhově posunutým signálem $x[n]$: $y[n] = R_8\, x[\mathrm{mod}_8(n-1)]$

A	B	C	D
$Y[3] = 2.82 + j2.82$	$Y[3] = 4$	$Y[3] = 2.82 - j2.82$	$Y[3]$ se nedá určit

Příklad 6 Při průchodu komplexní exponenciály $A_1 e^{j\omega_1 t+\phi_1}$ LTI systémem, který má na frekvenci ω_1 hodnotu komplexní kmitočtové chaerakteristiky $H(j\omega_1) = e^{j\frac{\pi}{2}}$

A	B	C	D
se změní kruhová frekvence ω_1 exponenciály	se vynásobí počáteční fáze ϕ_1 dvakrát	se zvětší amplituda na $2A_1$	se změní počáteční fáze na $\phi_1 + \frac{\pi}{2}$

Příklad 7 Číslicový filtr s přenosovou funkcí: $H(z) = \frac{1}{1+14z^{-1}+0.25z^{-2}}$ je

A	B	C	D
stabilní	nestabilní	na mezi stability	nedá se rozhodnout

Příklad 8 Funkce:

```
double ahoj(double x) {
  static double fff,ggg;  double y;
  y = x - 1.5 * ggg - 0.5 * fff;
  ggg = x;
  fff = y;
  return y;
}
```

implementuje:

A	B	C	D
drát (pouze kopíruje vstupní vzorky na výstup)	nerekurzivní filtr	čistě rekurzivní filtr	obecně rekurzivní filtr

---

Příklad 9 Pásmová propusť druhého řádu zpracovávající signály se vzorkovací frekvencí $F_s = 16000\ Hz$ má dva komplexně sdružené póly: $p_1 = j0.9,\ p_2 = -0.9j$

Maximum modulové frekvenční charakteristiky tohoto filtru je na frekvenci:

A	B	C	D
4000 Hz	3000 Hz	2000 Hz	1000 Hz

Příklad 10 Funkce $F(x) = \begin{cases} 0 \quad pro \quad x < -1 \\ \frac{1}{2}(1+\sin(\frac{\pi}{2}x)) \quad pro \quad -1 \leq x \leq 1 \\ 1 \quad pro \quad x > 1 \end{cases}$ může být distribuční funkce:

A	B	C	D
ANO	ANO pouze pro náhodné signály se spojitým časem	ANO pouze pro náhodné signály s diskrétním časem	NE

Příklad 11 Je-li hodnota distribuční funkce stacionárního náhodného signálu pro x_1 a čas t_1 rovna $F(x_1, t_1) = 0.45$, pak pro $x_2 > x_1$ a $t_2 < t_1$ bude platit:

A	B	C	D
$F(x_2, t_2) = (0.45)^2$	$F(x_2, t_2) < 0.45$	$F(x_2, t_2) \geq 0.45$	zadání je nesmysl

---

Příklad 12 Hodnoty náhodného signálu v čase $t = 4$ v pěti realizacích byly:

```
3.3818    3.3783    0.9247    1.6546    1.3493
```

Suborový odhad střední hodnoty je:

A	B	C	D
2.13	2.57	1.13	1.57

Příklad 13 Ve 4 realizacích $\xi_\omega[n]$ náhodného procesu s diskrétním časem byly pro $n = 0 \dots 7$ získány následující hodnoty vzorků (každý řádek je jedna realizace):

0.5218	1.4983	0.5218	-1.3234	-0.4191	0.1455	-0.7147	0.2920
-1.3522	0.2132	-1.3522	1.3869	0.7516	0.7200	-0.2044	0.4028
0.9091	-1.2484	0.9091	1.2478	0.3060	-0.7393	1.1204	0.0402
0.6980	-0.2333	0.5000	-1.2838	0.1602	-0.6240	1.0739	-0.4927

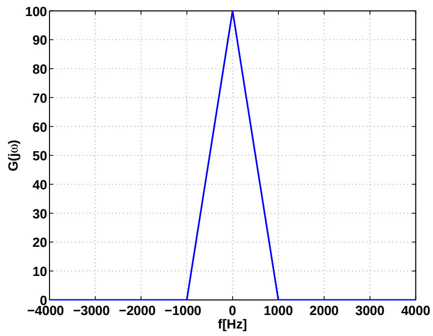
Jaký bude odhadnutý autokorelační koeficient $R(0, 2)$:

A	B	C	D
reálný kladný	reálný záporný	nulový	komplexní

Příklad 14 Pro $n = [0 \quad 1 \quad 2 \quad 3]$ je dán náhodný signál s diskrétním časem: $x[n] = [\text{-}1 \quad 1 \quad 1 \quad 1]$
Vychýlený odhad jeho autokorelačních koeficientů $R[k]$ pro $k \in [0, 3]$ je:

A	B	C	D
[1 0.25 0 -0.25]	[1 -0.25 0 0.25]	[1 0.33 0 -1]	[1 -0.33 0 -1]

Příklad 15 Na obrázku je spektrální hustota výkonu signálu se spojitým časem. Určete jeho celkový střední výkon.



A	B	C	D
1000	50000	100000	200000

Příklad 16 Gaussovský bílý šum se střední hodnotou $\mu = 4$ a směrodatou odchylkou $\sigma = 6$ prochází systémem s přenosovou funkcí $H(z) = 14$. Výstupní signál:

A	B	C	D
není náhodný	je nulový	má sousední vzorky korelované	má konstantní spektrální hustotu výkonu pro všechny frekvence

---

Příklad 17 Stacionární náhodný signál má funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti:
$p(x) = \begin{cases} \frac{1}{50} & pro \;\; 50 \leq x \leq 150 \\ 0 & jinde \end{cases}$, má tedy stejnosměrnou složku 100. Určete jeho střední výkon.

A	B	C	D
$P = 100$	$P = 10833$	$P = 9167$	funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti není správně zadána

---

Příklad 18 Zelení mužícci z Alfa Centauri mají k disposici počítače s tribity, které mohou nabývat 3 různých stavů (nikoliv dvou jako bity). O kolik se zlepší poměr signálu k šumu, pokud zvýšíme počet tribitů alfacentaurského kvantizéru o jeden tribit ?

A	B	C	D
o 9.54 dB	o 8.52 dB	o 6 dB	zhorší se o 1.23 dB

Příklad 19 Obrázek o rozměrech 256×256 pixelů $x[k,l]$ má jediný pixel $x[1,0] = 1$, všechny ostatní jsou nulové (malá bílá tečka v levém horním rohu). Modul jeho dvourozměrné diskrétní Fourierovy transformace (2D-DFT) je:

A	B	C	D
$\lvert X[m,n]\rvert = 0$ pro všechna m,n	$\lvert X[m,n]\rvert = 1$ pro všechna m,n	$\lvert X[0,0]\rvert = 1$ $\lvert X[m,n]\rvert = 0$ jinde	$\lvert X[0,0]\rvert = \frac{1}{2}$ $\lvert X[255,255]\rvert = \frac{1}{2}$ $\lvert X[m,n]\rvert = 0$ jinde

---

Příklad 20 Z obrázku $x[k.l]$ o rozměrech 256×256 pixelů byl získán filtrováním pomocí masky 3×3 naprosto stejný obrázek. Určete, jaká byla použita maska.

A	B	C	D
$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$