

Semestrální zkouška ISS, 6.1.2012, skupina A

Login: Příjmení a jméno: Podpis:
(čitelně!)

Příklad 1 Signál je periodický sled obdélníkových impulsů o periodě T_1 , jejichž délka je $\vartheta = \frac{T_1}{3}$. Určete, které koeficienty jeho Fourierovy řady c_k budou nulové.

.....

Příklad 2 Napište signál odpovídající Fourierově řadě s jediným nenulovým koeficientem: $c_{-1} = 3$

$$x(t) = \dots$$

Příklad 3 Nakreslete modul a argument spektrální funkce posunutého Diracova impulsu: $x(t) = \delta(t+1)$



Příklad 4 Systém se spojitým časem je popsán přenosovou funkcí $H(s) = \frac{s-1}{s+1}$. Nakreslete přibližný průběh modulu jeho frekvenční charakteristiky $H(j\omega)$ pro kladné kruhové frekvence ω , přesně jej určete pro $\omega = 0$.

výsledek

Příklad 5 Spektrální funkce signálu $x(t)$ se spojitým časem má tvar obdélníka:

$$X(j\omega) = \begin{cases} 4 & \text{pro } \omega \in [-1 \text{ rad/s}, 1 \text{ rad/s}] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} . \quad \text{Vzorkovací frekvence je } F_s = 20 \text{ Hz.}$$

Určete hodnotu spektrální funkce $X_s(j\omega)$ ideálně navzorkovaného signálu $x_s(t)$ pro kruhovou frekvenci: $\omega = 45\pi$ rad/s

$$X_s(j\omega) =$$

Příklad 6 Jsou dány dvě cosinusovky s diskrétním časem: $x_1[n] = \cos(\frac{2\pi}{32}n)$ a $x_2[n] = \cos(\frac{2\pi}{16}n)$. Určete hodnotu 16tého vzorku signálu, který vznikl vynásobením těchto cosinusovek: $y[n] = x_1[n]x_2[n]$.

$$y[16] = \dots$$

Příklad 7 Jsou dány dva diskrétní signály délky $N = 5$:

n	0	1	2	3	4
$x_1[n]$	4	4	0	0	0
$x_2[n]$	1	0	0	-2	0

Určete hodnotu jejich periodické konvoluce $y[n] = x_1[n] \tilde{*} x_2[n]$ pro $n = 9$.

$$y[9] = \dots$$

Příklad 8 Napište funkci v C implementující číslicový filtr s přenosovou funkcí $H(z) = \frac{1}{1+0.5z^{-1}+0.2z^{-2}}$

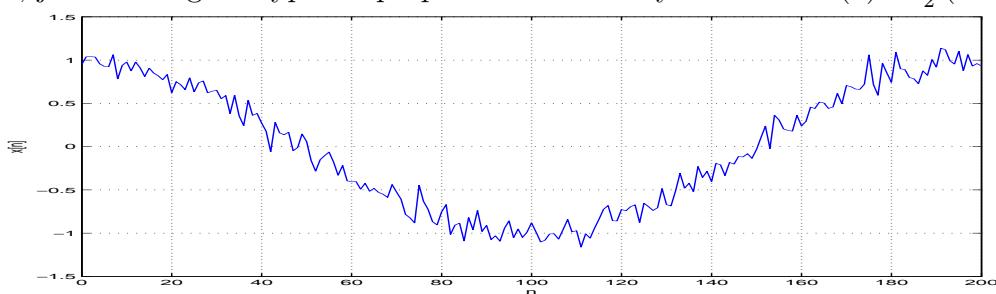
```
float filtr_zkouska (float x) {
```

```
}
```

Příklad 9 Určete polohu (normovaná kruhová frekvence v intervalu $[0, \pi]$) a hodnotu maxima modulu frekvenční charakteristiky číslicového filtru s přenosovou funkcí $H(z) = \frac{1}{1+0.5z^{-1}}$

$$\omega_{max} = \dots \text{ rad}, \quad |H(e^{j\omega})|_{max} = \dots$$

Příklad 10 Na obrázku je signál s diskrétním časem: jedna perioda zašuměné cosinusovky. Nakreslete do téhož obrázku, jak bude signál vypadat po průchodu číslicovým filtrem $H(z) = \frac{1}{2}(1 - z^{-1})$



Příklad 11 Určete impulsní odezvu číslicového filtru s přenosovou funkcí $H(z) = 1 + 0.2z^{-1} + 0.4z^{-2}$

n	0	1	2	3
$h[n]$				

Příklad 12 Nakreslete modul Fourierovy transformace s diskrétním časem (DTFT) $|\tilde{X}(e^{j\omega})|$ pro signál o délce $N = 4$: $x[0] = 0, \quad x[1] = 0, \quad x[2] = 2, \quad x[3] = 0$.
pro normované kruhové frekvence $\omega \in [0, 2\pi]$.

výsledek

Příklad 13 Diskrétní signál má $N = 8$ vzorků, všechny hodnoty jsou nulové kromě $x[1] = 1$. Vypočtěte koeficient jeho diskrétní Fourierovy transformace (DFT)

$$X[4] = \dots$$

Příklad 14 Diskrétní Fourierova transformace signálu o $N = 4$ vzorcích $x[n]$ je $X[0] = 2, \quad X[1] = 1 - j, \quad X[2] = 0, \quad X[3] = 1 + j$
Určete koeficient $Y[0]$ signálu kruhově zpožděněho o dva vzorky: $y[n] = R_4(n)x[\text{mod}_4(n-2)]$.

$$Y[0] = \dots$$

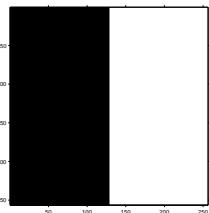
Příklad 15 Je dán 2D-filtr (někdy nazývaný také “konvoluční jádro” nebo “maska”):

$$h[k, l] = \begin{bmatrix} 1/9 & 1/9 & 1/9 \\ 1/9 & 1/9 & 1/9 \\ 1/9 & 1/9 & 1/9 \end{bmatrix}$$

Vlevo jsou pixely původního obrázku $x[k, l]$. Vyplňte vpravo hodnoty pixelů filtrovaného obrázku $y[k, l]$.

0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	100	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0

Příklad 16 Obrázek $x[k, l]$ má 256x256 pixelů. Uveďte, které z modulů jeho prvních 4 koeficientů 2D-DFT: $X[0, 0]$, $X[0, 1]$, $X[1, 0]$, $X[1, 1]$ jsou kladné (značkou '+'), a které nulové (značkou '0').



$m \downarrow$	$n \rightarrow$	0	1
	0		
	1		

$X[m, n]:$

Příklad 17 Funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti stacionárního náhodného signálu s diskrétním časem je: $p(x) = \begin{cases} 0.5 & \text{pro } x \in [6, 8] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$
Určete střední výkon tohoto signálu.

$$P_s = \dots$$

Příklad 18 Distribuční funkce stacionárního náhodného signálu je definována jako

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x < 0 \\ \frac{x}{2} & \text{pro } x \in [0, 2] \\ 1 & \text{pro } x > 2 \end{cases}$$

Napište nebo nakreslete funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti $p(x)$ odpovídající této distribuční funkci.

výsledek

Příklad 19 Na $\Omega = 4000$ realizacích náhodného procesu byla naměřena tato tabulka (dvourozměrný histogram) hodnot mezi časy n_1 a n_2 :

x_1	intervaly x_2			
	[-4, -2]	[-2, 0]	[0, 2]	[2, 4]
[2, 4]	0	0	0	1000
[0, 2]	0	0	1500	0
[-2, 0]	0	1500	0	0
[-4, -2]	0	0	0	0

Spočítejte autokorelační koeficient $R[n_1, n_2]$. Pomůcka: Jako reprezentativní hodnoty x_1 a x_2 při numerickém výpočtu integrálu $R[n_1, n_2] = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x_1 x_2 p(x_1, x_2, n_1, n_2) dx_1 dx_2$ použijte středy intervalů v tabulce.

$$R[n_1, n_2] = \dots$$

Příklad 20 Kvantizační hladiny kvantizéru jsou lichá čísla: ..., -11, -9, -7, -5, -3, -1, 1, 3, 5, 7, 9, 11, ... Kvantování probíhá standardně zaokrouhlováním na nejbližší hladinu. Do kvantizéru přichází vstupní signál $x[n]$, který nabývá pouze dvou hodnot: +10 nebo -10.

Určete poměr signálu k šumu v dB při kvantování tohoto signálu.

$$\text{SNR} = \dots \text{ dB}$$