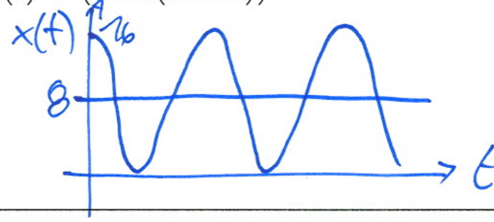
Semestrální zkouška ISS, řádný termín, 22.1.2014, skupina A

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(čitelně!)

Příklad 1 Měření tloušťky ledovce na vrcholu hory Kitzsteinhorn probíhá pravidelně v určenou dobu každý den. Určete, zda se jedná o signál:
- deterministický / náhodný
- periodický / neperiodický
- se spojitým časem / s diskrétním časem

Odpověď: ....

Příklad 2 Určete střední hodnotu periodického signálu $x(t) = (4\cos(100\pi t))^2$



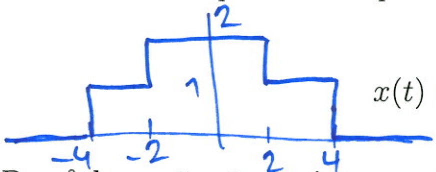
$\bar{x} =$ 8

Příklad 3 Spektrální funkce spojitého signálu $x(t)$ má na kruhové frekvenci $\omega_1 = 100\pi$ rad/s hodnotu $X(j\omega_1) = -4j$.
Napište, jakou hodnotu bude mít na téže frekvenci spektrální funkce posunutého signálu $y(t) = x(t-0.005)$.

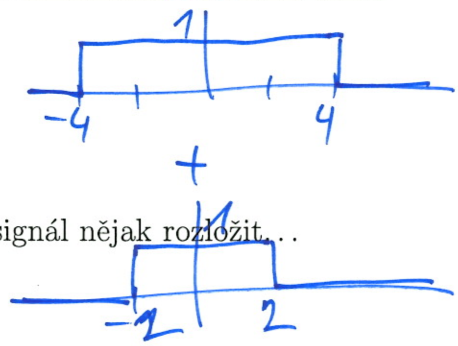
-4 $-\frac{\pi}{2}$ $-4j$

$Y(j\omega_1) = X(j\omega_1)e^{-j\omega_1\tau} = -4j\,e^{-100\pi\cdot 0{,}005} = -4j\,e^{-j\frac{\pi}{2}} = -4$

Příklad 4 Napište vztah pro výpočet spektrální funkce signálu:



$$x(t) = \begin{cases} 2 & \text{pro } t \in [-2,\ 2] \\ 1 & \text{pro } t \in [-4,\ -2] \text{ a pro } t \in [2,\ 4] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

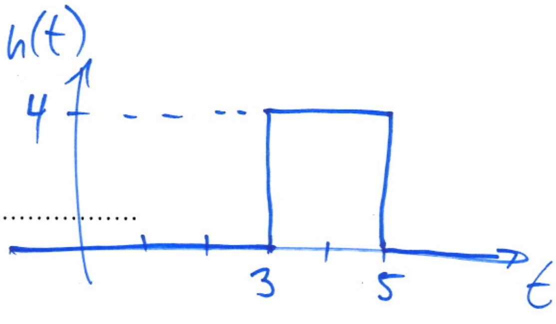


Pomůcka: než začnete integrovat podle definice FT, zamyslete se, zda nejde signál nějak rozložit...

součet signálů => součet spek. funkcí!

$X(j\omega) =$ 8 sinc (4 ω) + 4 sinc (2 ω)

Příklad 5 Dva systémy se spojitým časem jsou zapojeny v sérii (za sebou). První má impulsní odezvu $h_1(t) = \begin{cases} 4 & \text{pro } t \in [0,\ 2] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ Druhý má impulsní odezvu $h_2(t) = \delta(t-3)$.
Napište, zda lze výsledný systém charakterizovat jedinou impulsní odezvou $h(t)$ a pokud ano, napište ji nebo nakreslete.



nebo lze zapsat matematicky

JDE / NEJDE, $h(t) =$ ....

A

Příklad 6 Frekvenční charakteristika systému se spojitým časem je dána pomocí modulu a argumentu takto:

$$|H(j\omega)| = \begin{cases} 100 + \frac{\omega}{100\pi} & \text{pro } \omega \in [-100\pi,\ 0] \\ 100 - \frac{\omega}{100\pi} & \text{pro } \omega \in [0,\ 100\pi] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}, \qquad \arg H(j\omega) = -\frac{\omega}{100}.$$

Na vstupu systému je signál $x(t) = 8\cos(50\pi t + \frac{\pi}{2})$. $\omega_1 = 50\pi$ rad/s

Zapište signál na výstupu systému.

$|H(j\omega_1)| = 100 - \frac{50\pi}{100\pi} = 99{,}5$

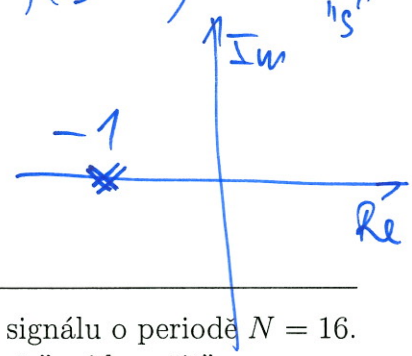
$\arg H(j\omega_1) = -\frac{50\pi}{100} = -\frac{\pi}{2}$

$y(t) =$ $8 \cdot 99{,}5 \cos(50\pi t + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2}) = \underline{796 \cos(50\pi t)}$

Příklad 7 Přenosová funkce systému se spojitým časem je zadána jako:

$$H(s) = \frac{1}{2s^2 + 4s + 2} = \frac{\frac{1}{2}}{(s+1)(s+1)} = \frac{\frac{1}{2}}{(s-(-1))(s-(-1))}$$

Určete, zda se jedná o stabilní systém.



Stabilní: ANO / NE.

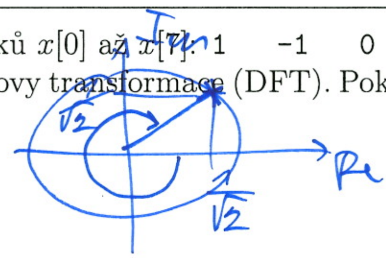
Příklad 8 Je dána diskrétní Fourierova řada (DFŘ) diskrétního periodického signálu o periodě $N = 16$. Její vzorek: $\tilde{X}[5] = 16 + 2j$. Určete zadaný vzorek; pokud to nejde, napište jasně "nejde určit".

$\tilde{X}[15] =$ nejde určit

Příklad 9 Máme k disposici diskrétní signál o délce N vzorků. Určete, zda je nějaký vztah mezi Fourierovou transformací s diskrétním časem (DTFT) a Diskrétní Fourierovou transformací (DFT) tohoto signálu. Pokud je, napište **slovně** (ne pomocí rovnic), jaký.

JE / NENÍ, DFT je DTFT navzorkovaná na diskrétních frekvencích $\omega_k = k\frac{2\pi}{N}$ v intervalu $[0, 2\pi)$

Příklad 10 Diskrétní signál $x[n]$ má $N = 8$ vzorků $x[0]$ až $x[7]$: 1 -1 0 0 0 0 0 0
Vypočítejte zadaný koeficient jeho diskrétní Fourierovy transformace (DFT). Pokud se ve výpočtu vyskytne hodnota $\frac{1}{\sqrt{2}}$, pokládejte ji pro jednoduchost za 0.7.

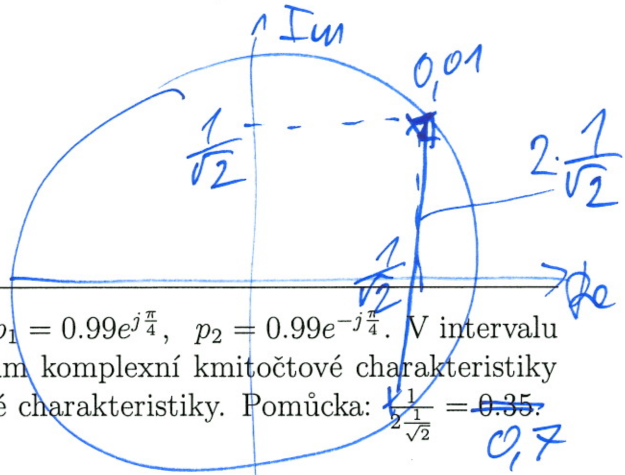


$X[7] =$ $x[0] + x[1]e^{-j\frac{2\pi}{8}7\cdot 1} = 1 + (-1)(0{,}7 + 0{,}7j) = \underline{0{,}3 - 0{,}7j}$

A

Příklad 11 Doplňte tabulku výpočtem kruhové konvoluce dvou diskrétních signálů délky 5:

n	0	1	2	3	4
$x_1[n]$	1	6	2	4	2
$x_2[n]$	1	-1	0	-1	1
$x_1[n] ⑤ x_2[n]$	3	3	-2	3	-7



Příklad 12 Číslicový filtr $H(z) = \frac{1}{1+a_1z^{-1}+a_2z^{-2}}$ má dva póly: $p_1 = 0.99e^{j\frac{\pi}{4}}$, $p_2 = 0.99e^{-j\frac{\pi}{4}}$. V intervalu normovaných kruhových frekvencí $[0,\ \pi]$ má filtr jedno maximum komplexní kmitočtové charakteristiky (rezonanci). Určete jeho frekvenci a hodnotu modulu kmitočtové charakteristiky. Pomůcka: $\frac{1}{2\frac{1}{\sqrt{2}}} = \cancel{0.35}$ 0,7

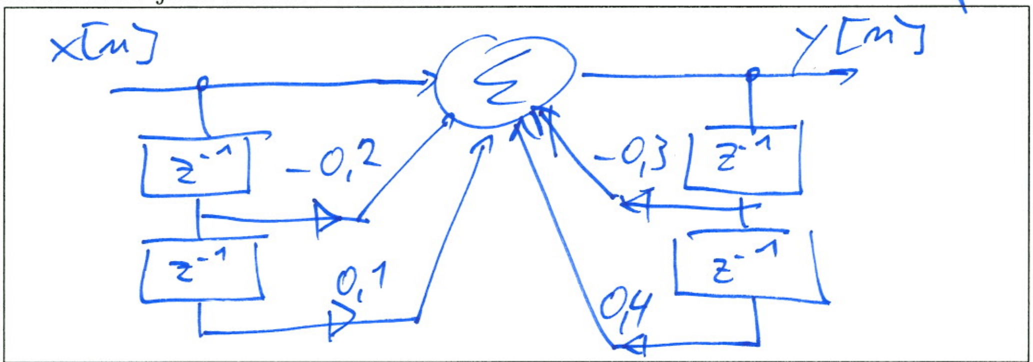
$\omega_{max} = \frac{\pi}{4}$ rad, $|H(\omega_{max})| = \frac{1}{0{,}01\cdot 2\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}} = 100\cdot 0{,}7 = 70$

V pomůcce byla chyba, pokud má někdo výsledek 35, beru jako OK.

Příklad 13 Diferenční rovnice číslicového filtru je:

$$y[n] = x[n] - 0.2x[n-1] + 0.1x[n-2] - 0.3y[n-1] + 0.4y[n-2]$$

Nakreslete jeho blokové schéma.



Příklad 14 Napište v jazyce C funkci pro implementaci filtru z příkladu 13. Nezapomeňte na definici statických proměnných, jsou-li třeba.

```
float yn (float xn) {
static float xn1=0.0, xn2 = 0.0, yn1 = 0.0, yn2 = 0.0;
float yn
yn = xn - 0.2*xn1 + 0.1*xn2 - 0.3*yn1 + 0.4*yn2;
yn2 = yn1; yn1 = yn;
xn2 = xn1; xn1 = xn;

return yn;
}
```

Příklad 15 Uveďte, v jakých jednotkách jsou obrazové frekvence f a g v "analogové" dvoudimenzionální Fourierově transformaci (2D-FT):

$$X(f,g) = \int\int x(a,b)e^{-j2\pi(fa+gb)}da\, db,$$

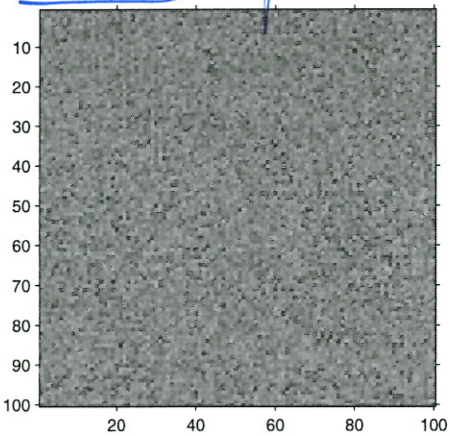
kde a a b jsou rozměry v metrech.

m^{-1}

A

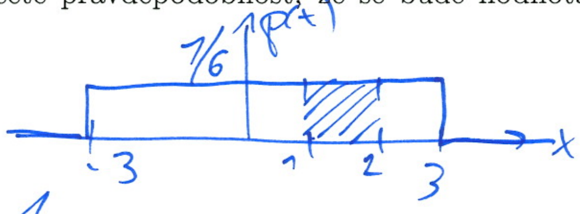
Příklad 16 Obrázek o rozměrech 100×100 obsahuje pixely, jejichž hodnoty jsou dané jako bílý šum o střední hodnotě $\mu = 0.4$ a směrodatné odchylce $\sigma = 0.05$. Jednotlivé pixely jsou navzájem nezávislé. Popište, co bude výsledkem filtrování takového obrázku maskou o rozměrech 9×9, jejíž všechny hodnoty jsou rovny $\frac{1}{81}$.

průměrování všech hodnot => vyhlazení



Šedý obrázek se střední hodnotou pixelů 0,4 a mnohem menším šumem než originál. (Pokud jste se rozepsali o tom, co se stane na okrajích, OK.)

Příklad 17 Stacionární náhodný signál se spojitým časem má hodnoty rovnoměrně rozdělené mezi minimem -3 a maximem +3. Určete pravděpodobnost, že se bude hodnota signálu nacházet v daném intervalu.



$P(\xi(t) \in [1, \; 2]) =$ $1 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$

Příklad 18 Běžná spotřební audio elektronika využívá kvantování na 16 bitech, studiová technika na 24 bitech. Určete, jaký je mezi oběma technologiemi rozdíl v poměru signálu ke kvantovacímu šumu.

$SNR = 6 \cdot B + konst$

$6 \cdot 24 + konst - (6 \cdot 16 + konst) = 6 \cdot 8 = 48$

$SNR_{24} - SNR_{16} =$ 48 dB

Příklad 19 Ergodický náhodný signál má $N = 6$ vzorků $x[0]$ až $x[5]$:

3 5 2 −1 −2 −3

Proveďte nevychýlený odhad zadaného autokorelačního koeficientu:

3 5 2 . . .

$R[5] = \frac{3 \cdot (-3)}{6 - 5} = -9$

Příklad 20 Spektrální hustota výkonu bílého šumu má na normované kruhové frekvenci $\omega = 0.2\pi$ rad hodnotu $G(e^{j0.2\pi}) = 5$. Určete, jakou hodnotu bude mít na zadané kruhové frekvenci. Pokud to nejde, napište jasně "nejde určit".

takže je konstantní pro všechny frekvence

$G(e^{j0.3\pi}) =$ 5

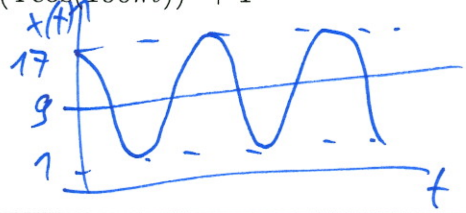
Semestrální zkouška ISS, řádný termín, 22.1.2014, skupina B

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(čitelně!)

Příklad 1 Měření tloušťky ledovce na vrcholu hory Kitzsteinhorn probíhá pravidelně v určenou dobu každý den. Určete, zda se jedná o signál:
- deterministický / náhodný
- periodický / neperiodický
- se spojitým časem / s diskrétním časem

Odpověď: ....

Příklad 2 Určete střední hodnotu periodického signálu $x(t) = (4\cos(100\pi t))^2 + 1$



$\bar{x} =$ 9

Příklad 3 Spektrální funkce spojitého signálu $x(t)$ má na kruhové frekvenci $\omega_1 = 100\pi$ rad/s hodnotu $X(j\omega_1) = -4$.
Napište, jakou hodnotu bude mít na téže frekvenci spektrální funkce posunutého signálu $y(t) = x(t-0.005)$.

viz A

$Y(j\omega_1) = -4 \cdot e^{-j\frac{\pi}{2}} = 4j$

Příklad 4 Napište vztah pro výpočet spektrální funkce signálu:

$$x(t) = \begin{cases} 2 & \text{pro } t \in [-2,\ 2] \\ 1 & \text{pro } t \in [-4,\ -2] \quad \text{a pro } t \in [2,\ 4] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

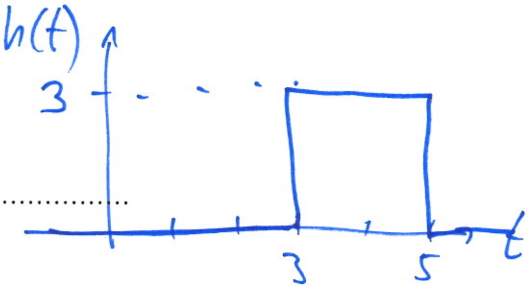
Pomůcka: než začnete integrovat podle definice FT, zamyslete se, zda nejde signál nějak rozložit...

$X(j\omega) =$ viz A

Příklad 5 Dva systémy se spojitým časem jsou zapojeny v sérii (za sebou). První má impulsní odezvu $h_1(t) = \begin{cases} 3 & \text{pro } t \in [0,\ 2] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ Druhý má impulsní odezvu $h_2(t) = \delta(t-3)$.
Napište, zda lze výsledný systém charakterizovat jedinou impulsní odezvou $h(t)$ a pokud ano, napište ji nebo nakreslete.

nebo lze zapsat matematicky

JDE / NEJDE, $h(t) =$ ....



B

Příklad 6 Frekvenční charakteristika systému se spojitým časem je dána pomocí modulu a argumentu takto:

$$|H(j\omega)| = \begin{cases} 100 + \frac{\omega}{100\pi} & \text{pro } \omega \in [-100\pi,\ 0] \\ 100 - \frac{\omega}{100\pi} & \text{pro } \omega \in [0,\ 100\pi] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}, \qquad \arg H(j\omega) = -\frac{\omega}{100}.$$

Na vstupu systému je signál $x(t) = 7\cos(50\pi t + \frac{\pi}{2})$.
Zapište signál na výstupu systému.

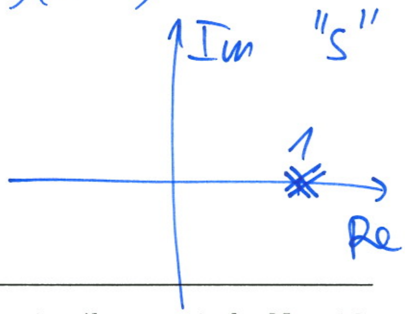
viz A

$y(t) =$ $7 \cdot 99{,}5 \cos\left(50\pi t + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2}\right) = \underline{696{,}5 \cos(50\pi t)}$

Příklad 7 Přenosová funkce systému se spojitým časem je zadána jako:

$$H(s) = \frac{1}{2s^2 - 4s + 2} = \frac{\frac{1}{2}}{(s-1)(s-1)} =$$

Určete, zda se jedná o stabilní systém.



Stabilní: ANO / NE.

Příklad 8 Je dána diskrétní Fourierova řada (DFŘ) diskrétního periodického signálu o periodě $N = 16$. Její vzorek: $\tilde{X}[5] = 16 + 2j$. Určete zadaný vzorek; pokud to nejde, napište jasně "nejde určit".

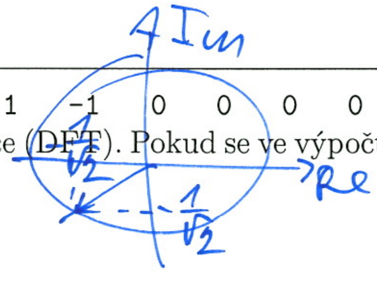
$\tilde{X}[-5] =$ $\tilde{X}[5]^* = \underline{16 - 2j}$

Příklad 9 Máme k disposici diskrétní signál o délce N vzorků. Určete, zda je nějaký vztah mezi Fourierovou transformací s diskrétním časem (DTFT) a Diskrétní Fourierovou transformací (DFT) tohoto signálu. Pokud je, napište **slovně** (ne pomocí rovnic), jaký.

viz A

JE / NENÍ, ...

Příklad 10 Diskrétní signál $x[n]$ má $N = 8$ vzorků $x[0]$ až $x[7]$: 1 -1 0 0 0 0 0 0
Vypočítejte zadaný koeficient jeho diskrétní Fourierovy transformace (DFT). Pokud se ve výpočtu vyskytne hodnota $\frac{1}{\sqrt{2}}$, pokládejte ji pro jednoduchost za 0.7.



$X[3] =$ $x[0] + x[1] \cdot e^{-j\frac{2\pi}{8} \cdot 3 \cdot 1} = 1 + (-1) \cdot (-0{,}7 - 0{,}7j) = \underline{1{,}7 + 0{,}7j}$

B

Příklad 11 Doplňte tabulku výpočtem kruhové konvoluce dvou diskrétních signálů délky 5:

n	0	1	2	3	4
$x_1[n]$	1	6	2	4	2
$x_2[n]$	1	0	0	-1	1
$x_1[n] \circledS x_2[n]$	5	4	4	5	-3

0,01 Im 2 Re

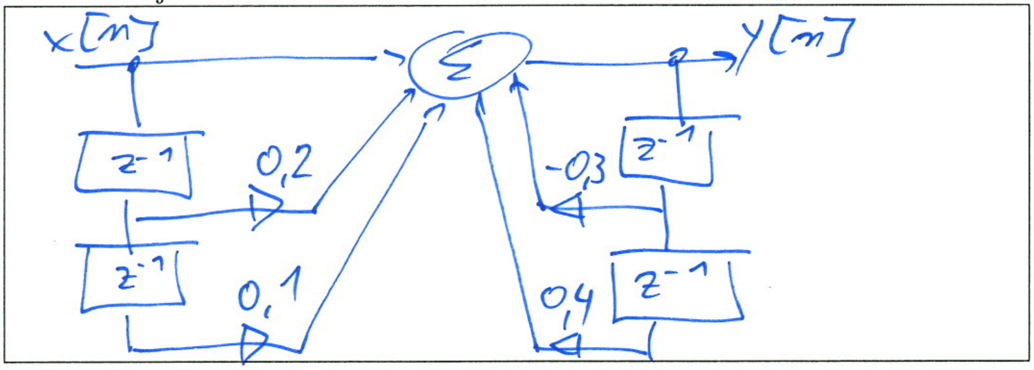
Příklad 12 Číslicový filtr $H(z) = \frac{1}{1+a_1z^{-1}+a_2z^{-2}}$ má dva póly: $p_1 = 0.99e^{j\frac{\pi}{2}}$, $p_2 = 0.99e^{-j\frac{\pi}{2}}$. V intervalu normovaných kruhových frekvencí $[0,\ \pi]$ má filtr jedno maximum komplexní kmitočtové charakteristiky (rezonanci). Určete jeho frekvenci a hodnotu modulu kmitočtové charakteristiky.

$\omega_{max} = \frac{\pi}{2}$ rad, $|H(\omega_{max})| = \frac{1}{0{,}01 \cdot 2} = \frac{100}{2} = \underline{50}$

Příklad 13 Diferenční rovnice číslicového filtru je:

$$y[n] = x[n] + 0.2x[n-1] + 0.1x[n-2] - 0.3y[n-1] + 0.4y[n-2]$$

Nakreslete jeho blokové schéma.



Příklad 14 Napište v jazyce C funkci pro implementaci filtru z příkladu 13. Nezapomeňte na definici statických proměnných, jsou-li třeba.

```
float yn (float xn) {

yn = xn + 0.2*xn1 + 0.1*Xn2 - 0.3*yn1 + 0.4*yn2;

jinak viz A

return yn;
}
```

Příklad 15 Uveďte, v jakých jednotkách jsou obrazové frekvence f a g v "analogové" dvoudimenzionální Fourierově transformaci (2D-FT):

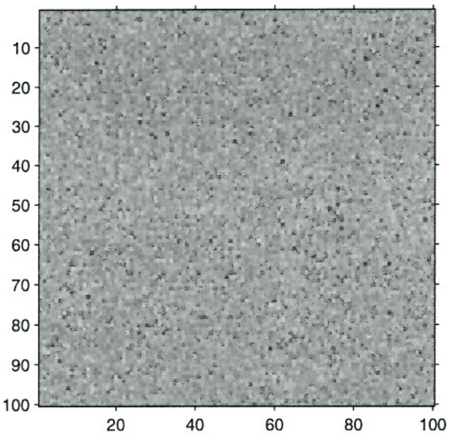
$$X(f,g) = \int\int x(a,b)e^{-j2\pi(fa+gb)}da\ db,$$

kde a a b jsou rozměry v metrech.

m^{-1}

B

Příklad 16 Obrázek o rozměrech 100×100 obsahuje pixely, jejichž hodnoty jsou dané jako bílý šum o střední hodnotě $\mu = 0.5$ a směrodatné odchylce $\sigma = 0.05$. Jednotlivé pixely jsou navzájem nezávislé. Popište, co bude výsledkem filtrování takového obrázku maskou o rozměrech 9×9, jejíž všechny hodnoty jsou rovny $\frac{1}{81}$.



viz A

... se střední hodnotou 0,5 ...

....

Příklad 17 Stacionární náhodný signál se spojitým časem má hodnoty rovnoměrně rozdělené mezi minimem -3 a maximem +3. Určete pravděpodobnost, že se bude hodnota signálu nacházet v daném intervalu.

viz A

$P(\xi(t) \in [1, \ \ 1.5]) =$ $0{,}5 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$

Příklad 18 Běžná spotřební audio elektronika využívá kvantování na 16 bitech, studiová technika na 24 bitech. Určete, jaký je mezi oběma technologiemi rozdíl v poměru signálu ke kvantovacímu šumu.

viz A

$SNR_{24} - SNR_{16} =$..................... dB

Příklad 19 Ergodický náhodný signál má $N = 6$ vzorků $x[0]$ až $x[5]$:

3 5 2 -1 -2 -3

Proveďte nevychýlený odhad zadaného autokorelačního koeficientu:

3 5 2 . . .

$R[4] = \frac{(-2)\cdot 3 + (-3)\cdot 5}{6-4} = -\frac{21}{2} = -10{,}5$

Příklad 20 Spektrální hustota výkonu bílého šumu má na normované kruhové frekvenci $\omega = 0.2\pi$ rad hodnotu $G(e^{j0.2\pi}) = 5$. Určete, jakou hodnotu bude mít na zadané kruhové frekvenci. Pokud to nejde, napište jasně "nejde určit".

viz A

$G(e^{j0.4\pi}) =$ 5

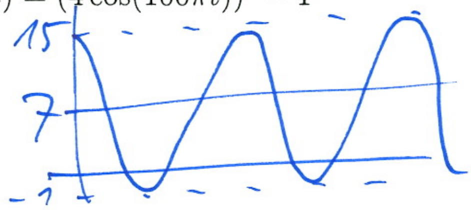
Semestrální zkouška ISS, řádný termín, 22.1.2014, skupina C

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(čitelně!)

Příklad 1 Měření tloušťky ledovce na vrcholu hory Kitzsteinhorn probíhá pravidelně v určenou dobu každý den. Určete, zda se jedná o signál:
- deterministický / náhodný
- periodický / neperiodický
- se spojitým časem / s diskrétním časem

Odpověď: ....

Příklad 2 Určete střední hodnotu periodického signálu $x(t) = (4\cos(100\pi t))^2 - 1$



$\bar{x} =$ .... 7 ....

Příklad 3 Spektrální funkce spojitého signálu $x(t)$ má na kruhové frekvenci $\omega_1 = 100\pi$ rad/s hodnotu $X(j\omega_1) = 4$.
Napište, jakou hodnotu bude mít na téže frekvenci spektrální funkce posunutého signálu $y(t) = x(t-0.005)$.

viz A

$Y(j\omega_1) =$ .... $4e^{-j\frac{\pi}{2}} = \underline{-4j}$

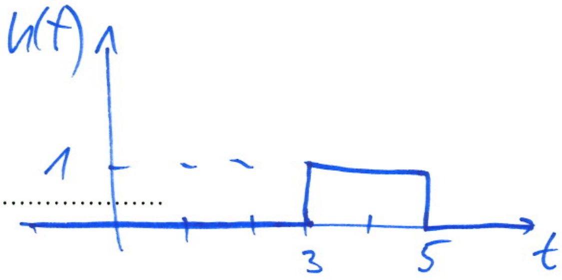
Příklad 4 Napište vztah pro výpočet spektrální funkce signálu:

$$x(t) = \begin{cases} 2 & \text{pro} \quad t \in [-2,\ 2] \\ 1 & \text{pro} \quad t \in [-4,\ -2] \quad \text{a pro} \quad t \in [2,\ 4] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Pomůcka: než začnete integrovat podle definice FT, zamyslete se, zda nejde signál nějak rozložit...

$X(j\omega) =$ .... viz A ....

Příklad 5 Dva systémy se spojitým časem jsou zapojeny v sérii (za sebou). První má impulsní odezvu $h_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro} \quad t \in [0,\ 2] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ Druhý má impulsní odezvu $h_2(t) = \delta(t-3)$.
Napište, zda lze výsledný systém charakterizovat jedinou impulsní odezvou $h(t)$ a pokud ano, napište ji nebo nakreslete.



nebo lze zapsat matematicky

JDE / NEJDE, $h(t) =$ ....

C

Příklad 6 Frekvenční charakteristika systému se spojitým časem je dána pomocí modulu a argumentu takto:

$$|H(j\omega)| = \begin{cases} 100 + \frac{\omega}{100\pi} & \text{pro } \omega \in [-100\pi,\ 0] \\ 100 - \frac{\omega}{100\pi} & \text{pro } \omega \in [0,\ 100\pi] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}, \qquad \arg H(j\omega) = -\frac{\omega}{100}.$$

Na vstupu systému je signál $x(t) = 6\cos(50\pi t + \frac{\pi}{2})$.
Zapište signál na výstupu systému.

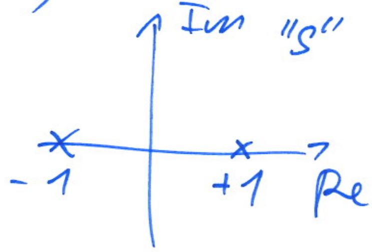
viz A

$y(t) =$ $6 \cdot 99{,}5 \cos\left(50\pi t + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2}\right) = 597 \cos(50\pi t)$

Příklad 7 Přenosová funkce systému se spojitým časem je zadána jako:

$$H(s) = \frac{1}{2s^2 - 2} = \frac{\frac{1}{2}}{(s-1)(s+1)} = \frac{\frac{1}{2}}{(s-1)(s-(-1))}$$

Určete, zda se jedná o stabilní systém.



Stabilní: ANO / NE.

Příklad 8 Je dána diskrétní Fourierova řada (DFŘ) diskrétního periodického signálu o periodě $N = 16$. Její vzorek: $\tilde{X}[5] = 16 + 2j$. Určete zadaný vzorek; pokud to nejde, napište jasně "nejde určit".

$\tilde{X}[-4] =$ nejde určit

Příklad 9 Máme k disposici diskrétní signál o délce N vzorků. Určete, zda je nějaký vztah mezi Fourierovou transformací s diskrétním časem (DTFT) a Diskrétní Fourierovou transformací (DFT) tohoto signálu. Pokud je, napište **slovně** (ne pomocí rovnic), jaký.

viz A

JE / NENÍ, ...

Příklad 10 Diskrétní signál $x[n]$ má $N = 8$ vzorků $x[0]$ až $x[7]$: 1 −1 0 0 0 0 0 0
Vypočítejte zadaný koeficient jeho diskrétní Fourierovy transformace (DFT). Pokud se ve výpočtu vyskytne hodnota $\frac{1}{\sqrt{2}}$, pokládejte ji pro jednoduchost za 0.7.

Im $\frac{1}{\sqrt{2}}$ Re $-\frac{1}{\sqrt{2}}$

$X[5] =$ $x[0] + x[1]e^{-j\frac{2\pi}{8}\cdot 5 \cdot 1} = 1 + (-1)(-0{,}7 + 0{,}7j) =$
$= 1{,}7 - 0{,}7j$

C

Příklad 11 Doplňte tabulku výpočtem kruhové konvoluce dvou diskrétních signálů délky 5:

n	0	1	2	3	4
$x_1[n]$	1	6	2	4	2
$x_2[n]$	1	-1	0	0	1
$x_1[n] ⑤ x_2[n]$	5	7	0	4	-1

0,01

$2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$

Příklad 12 Číslicový filtr $H(z) = \frac{1}{1+a_1z^{-1}+a_2z^{-2}}$ má dva póly: $p_1 = 0.99e^{j\frac{3\pi}{4}}$, $p_2 = 0.99e^{-j\frac{3\pi}{4}}$. V intervalu normovaných kruhových frekvencí $[0,\ \pi]$ má filtr jedno maximum komplexní kmitočtové charakteristiky (rezonanci). Určete jeho frekvenci a hodnotu modulu kmitočtové charakteristiky. Pomůcka: $\frac{1}{2\frac{1}{\sqrt{2}}} =$ ~~0.35~~. 0,70

viz A

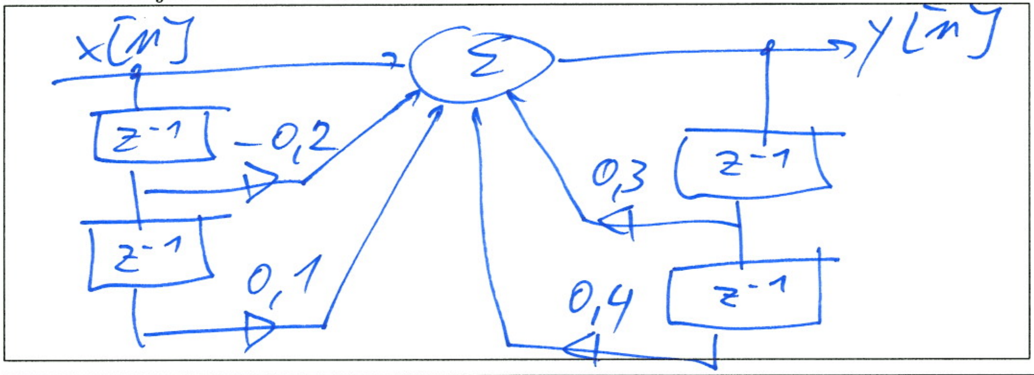
$\omega_{max} =$ $\frac{3\pi}{4}$ rad, $|H(\omega_{max})| =$ 70

V pomůcce byla chyba, pokud výsledek = 35, beru jako Ok.

Příklad 13 Diferenční rovnice číslicového filtru je:

$$y[n] = x[n] - 0.2x[n-1] + 0.1x[n-2] + 0.3y[n-1] + 0.4y[n-2]$$

Nakreslete jeho blokové schéma.



Příklad 14 Napište v jazyce C funkci pro implementaci filtru z příkladu 13. Nezapomeňte na definici statických proměnných, jsou-li třeba.

```
float yn (float xn) {

yn = xn - 0.2*xn1 + 0.1*xn2 + 0.3*yn1 + 0.4*yn2;

jinak viz A

return yn;
}
```

Příklad 15 Uveďte, v jakých jednotkách jsou obrazové frekvence f a g v "analogové" dvoudimenzionální Fourierově transformaci (2D-FT):

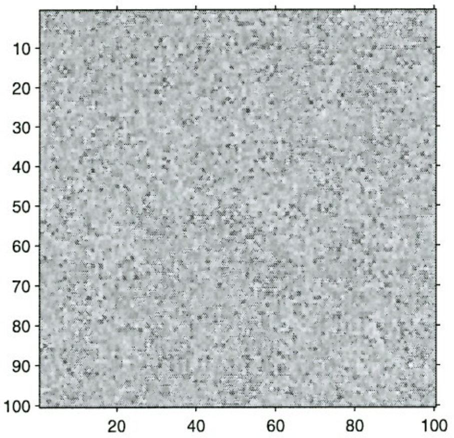
$$X(f,g) = \int\int x(a,b)e^{-j2\pi(fa+gb)}da\ db,$$

kde a a b jsou rozměry v metrech.

m^{-1}

C

Příklad 16 Obrázek o rozměrech 100×100 obsahuje pixely, jejichž hodnoty jsou dané jako bílý šum o střední hodnotě $\mu = 0.6$ a směrodatné odchylce $\sigma = 0.05$. Jednotlivé pixely jsou navzájem nezávislé. Popište, co bude výsledkem filtrování takového obrázku maskou o rozměrech 9×9, jejíž všechny hodnoty jsou rovny $\frac{1}{81}$.



Viz A

... se střední hodnota 0,6..

....

Příklad 17 Stacionární náhodný signál se spojitým časem má hodnoty rovnoměrně rozdělené mezi minimem -3 a maximem +3. Určete pravděpodobnost, že se bude hodnota signálu nacházet v daném intervalu.

Viz A

$P(\xi(t) \in [-1, \quad -0.5]) =$ $0{,}5 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$

Příklad 18 Běžná spotřební audio elektronika využívá kvantování na 16 bitech, studiová technika na 24 bitech. Určete, jaký je mezi oběma technologiemi rozdíl v poměru signálu ke kvantovacímu šumu.

Viz A

$SNR_{24} - SNR_{16} =$..................... dB

Příklad 19 Ergodický náhodný signál má $N = 6$ vzorků $x[0]$ až $x[5]$:

3 5 2 -1 -2 -3

Proveďte nevychýlený odhad zadaného autokorelačního koeficientu:

3 5 2 . . .

$R[3] =$.................... $\frac{-1\cdot 3+(-2)\cdot 5+(-3)\cdot 2}{6-3} = -\frac{19}{3} = -6\frac{1}{3}$

Příklad 20 Spektrální hustota výkonu bílého šumu má na normované kruhové frekvenci $\omega = 0.2\pi$ rad hodnotu $G(e^{j0.2\pi}) = 5$. Určete, jakou hodnotu bude mít na zadané kruhové frekvenci. Pokud to nejde, napište jasně "nejde určit".

Viz A

$G(e^{j0.5\pi}) =$ 5 ....

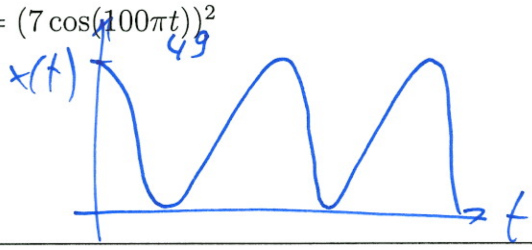
Semestrální zkouška ISS, řádný termín, 22.1.2014, skupina D

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(čitelně!)

Příklad 1 Měření tloušťky ledovce na vrcholu hory Kitzsteinhorn probíhá pravidelně v určenou dobu každý den. Určete, zda se jedná o signál:
- deterministický / náhodný
- periodický / neperiodický
- se spojitým časem / s diskrétním časem

Odpověď: ....

Příklad 2 Určete střední hodnotu periodického signálu $x(t) = (7\cos(100\pi t))^2$



$\bar{x} =$ ....24,5....

Příklad 3 Spektrální funkce spojitého signálu $x(t)$ má na kruhové frekvenci $\omega_1 = 100\pi$ rad/s hodnotu $X(j\omega_1) = 4j$.
Napište, jakou hodnotu bude mít na téže frekvenci spektrální funkce posunutého signálu $y(t) = x(t-0.005)$.

viz A

$Y(j\omega_1) =$ $4j \cdot e^{-j\frac{\pi}{2}} = \underline{\underline{4}}$

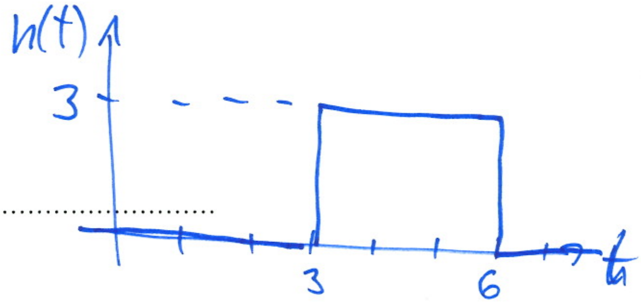
Příklad 4 Napište vztah pro výpočet spektrální funkce signálu:

$$x(t) = \begin{cases} 2 & \text{pro } t \in [-2,\ 2] \\ 1 & \text{pro } t \in [-4,\ -2] \text{ a pro } t \in [2,\ 4] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Pomůcka: než začnete integrovat podle definice FT, zamyslete se, zda nejde signál nějak rozložit...

$X(j\omega) =$ ....viz A....

Příklad 5 Dva systémy se spojitým časem jsou zapojeny v sérii (za sebou). První má impulsní odezvu $h_1(t) = \begin{cases} 3 & \text{pro } t \in [0,\ 3] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ Druhý má impulsní odezvu $h_2(t) = \delta(t-3)$.
Napište, zda lze výsledný systém charakterizovat jedinou impulsní odezvou $h(t)$ a pokud ano, napište ji nebo nakreslete.



nebo lze zapsat matematicky.

JDE / NEJDE, $h(t) =$ ....

Příklad 6 Frekvenční charakteristika systému se spojitým časem je dána pomocí modulu a argumentu takto:

$$|H(j\omega)| = \begin{cases} 100 + \frac{\omega}{100\pi} & \text{pro} \quad \omega \in [-100\pi,\ 0] \\ 100 - \frac{\omega}{100\pi} & \text{pro} \quad \omega \in [0,\ 100\pi] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}, \qquad \arg H(j\omega) = -\frac{\omega}{100}.$$

Na vstupu systému je signál $x(t) = 5\cos(50\pi t + \frac{\pi}{2})$.
Zapište signál na výstupu systému.

viz A

$y(t) =$ $5 \cdot 99{,}5 \cos\left(50\pi t + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2}\right) = \underline{497{,}5 \cos(50\pi t)}$

Příklad 7 Přenosová funkce systému se spojitým časem je zadána jako:

$$H(s) = 2s^2 + 4s + 2$$

Určete, zda se jedná o stabilní systém.

nemá póly

Stabilní: ANO / NE.

Příklad 8 Je dána diskrétní Fourierova řada (DFŘ) diskrétního periodického signálu o periodě $N = 16$. Její vzorek: $\tilde{X}[5] = 16 + 2j$. Určete zadaný vzorek; pokud to nejde, napište jasně "nejde určit".

$\tilde{X}[k] = \tilde{X}[N+k]$

$\tilde{X}[21] =$ $\tilde{X}[5] = \underline{16 + 2j}$

Příklad 9 Máme k disposici diskrétní signál o délce N vzorků. Určete, zda je nějaký vztah mezi Fourierovou transformací s diskrétním časem (DTFT) a Diskrétní Fourierovou transformací (DFT) tohoto signálu. Pokud je, napište **slovně** (ne pomocí rovnic), jaký.

JE / NENÍ, viz A

Příklad 10 Diskrétní signál $x[n]$ má $N = 8$ vzorků $x[0]$ až $x[7]$: 1 −1 0 0 0 0 0 0
Vypočítejte zadaný koeficient jeho diskrétní Fourierovy transformace (DFT). Pokud se ve výpočtu vyskytne hodnota $\frac{1}{\sqrt{2}}$, pokládejte ji pro jednoduchost za 0.7.

$X[1] =$ $x[0] + x[1]e^{-j\frac{2\pi}{8}1\cdot 1} = 1 + (-1)(0{,}7 - 0{,}7j) =$
$= \underline{0{,}3 + 0{,}7j}$

D

Příklad 11 Doplňte tabulku výpočtem kruhové konvoluce dvou diskrétních signálů délky 5:

n	0	1	2	3	4
$x_1[n]$	1	6	2	4	2
$x_2[n]$	1	-1	0	-1	0
$x_1[n] ⑤ x_2[n]$	-3	1	-6	1	-8

Příklad 12 Číslicový filtr $H(z) = \frac{1}{1+a_1z^{-1}+a_2z^{-2}}$ má dva póly: $p_1 = 0.99e^{j\frac{\pi}{4}}$, $p_2 = 0.99e^{-j\frac{\pi}{4}}$. V intervalu normovaných kruhových frekvencí $[0, \pi]$ má filtr jedno maximum komplexní kmitočtové charakteristiky (rezonanci). Určete jeho frekvenci a hodnotu modulu kmitočtové charakteristiky. Pomůcka: $\frac{1}{2\frac{1}{\sqrt{2}}} = 0.35$.

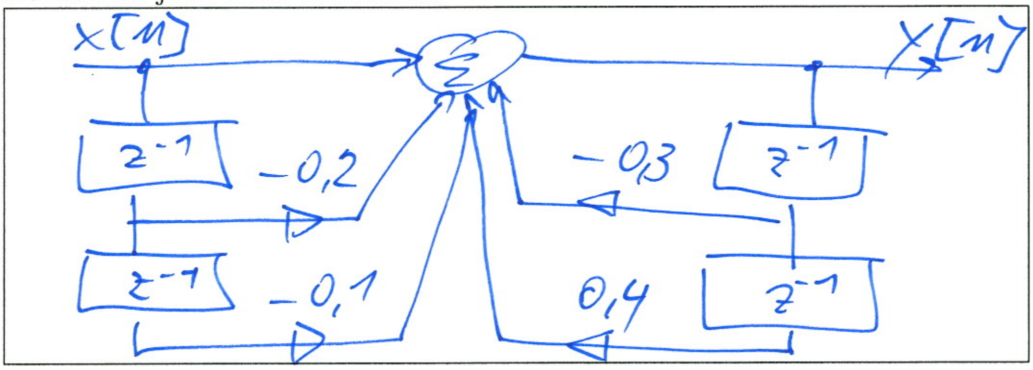
viz A.

$\omega_{max} =$.................... rad, $|H(\omega_{max})| =$ ....

Příklad 13 Diferenční rovnice číslicového filtru je:

$$y[n] = x[n] - 0.2x[n-1] - 0.1x[n-2] - 0.3y[n-1] + 0.4y[n-2]$$

Nakreslete jeho blokové schéma.



Příklad 14 Napište v jazyce C funkci pro implementaci filtru z příkladu 13. Nezapomeňte na definici statických proměnných, jsou-li třeba.

```
float yn (float xn) {

yn = xn - 0.2*xn1 - 0.1*xn2 - 0.3*yn1 + 0.4*yn2;

jinak viz A.

return yn;
}
```

Příklad 15 Uveďte, v jakých jednotkách jsou obrazové frekvence f a g v "analogové" dvoudimenzionální Fourierově transformaci (2D-FT):

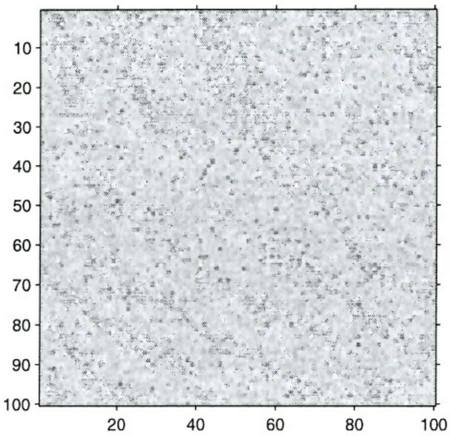
$$X(f,g) = \int\int x(a,b)e^{-j2\pi(fa+gb)}da\, db,$$

kde a a b jsou rozměry v metrech.

.................................m^{-1}.................................

D

Příklad 16 Obrázek o rozměrech 100×100 obsahuje pixely, jejichž hodnoty jsou dané jako bílý šum o střední hodnotě $\mu = 0.7$ a směrodatné odchylce $\sigma = 0.05$. Jednotlivé pixely jsou navzájem nezávislé. Popište, co bude výsledkem filtrování takového obrázku maskou o rozměrech 9×9, jejíž všechny hodnoty jsou rovny $\frac{1}{81}$.



viz A

... se střední hodnotou 0,7 ...

....

Příklad 17 Stacionární náhodný signál se spojitým časem má hodnoty rovnoměrně rozdělené mezi minimem -3 a maximem +3. Určete pravděpodobnost, že se bude hodnota signálu nacházet v daném intervalu.

viz A

$P(\xi(t) \in [2,\ \ 2.5]) =$ $0{,}5 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$

Příklad 18 Běžná spotřební audio elektronika využívá kvantování na 16 bitech, studiová technika na 24 bitech. Určete, jaký je mezi oběma technologiemi rozdíl v poměru signálu ke kvantovacímu šumu.

viz A

$SNR_{24} - SNR_{16} =$..................... dB

Příklad 19 Ergodický náhodný signál má $N = 6$ vzorků $x[0]$ až $x[5]$:

3 5 2 −1 −2 −3

Proveďte nevychýlený odhad zadaného autokorelačního koeficientu:

3 5 2 −1 ...

$R[2] =$ $\frac{3 \cdot 2 + 5 \cdot (-1) + 2(-2) + (-1)(-3)}{6 - 2} = \frac{0}{4} = 0$

Příklad 20 Spektrální hustota výkonu bílého šumu má na normované kruhové frekvenci $\omega = 0.2\pi$ rad hodnotu $G(e^{j0.2\pi}) = 5$. Určete, jakou hodnotu bude mít na zadané kruhové frekvenci. Pokud to nejde, napište jasně "nejde určit".

viz A

$G(e^{j0.6\pi}) =$ 5