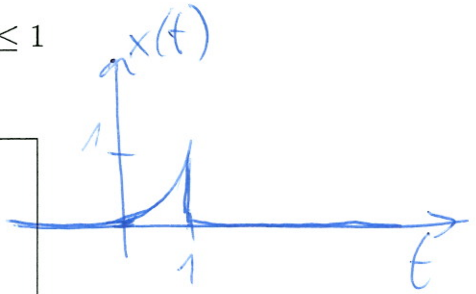
Semestrální zkouška ISS, 2. opravný termín, 2.2.2016, skupina A

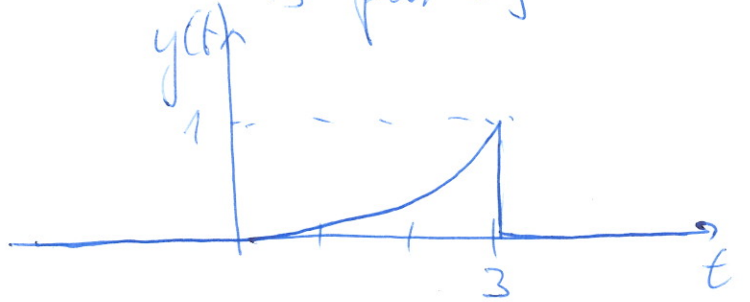
Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(čitelně!)

Příklad 1 Je zadán signál se spojitým časem $x(t) = \begin{cases} t^2 & \text{pro } 0 \le t \le 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Nakreslete signál $y(t) = x(\frac{t}{3})$. Nezapomeňte na popis os.

\3× pomalejší





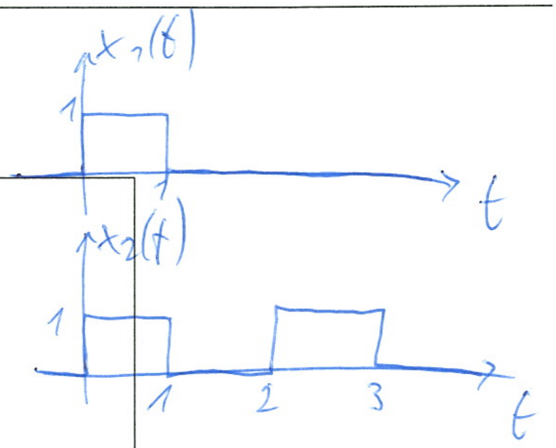
Příklad 2 Určete normovanou kruhovou frekvenci diskrétní cosinusovky s periodou $N_1 = 8$ vzorků. Uveďte také její jenotku.

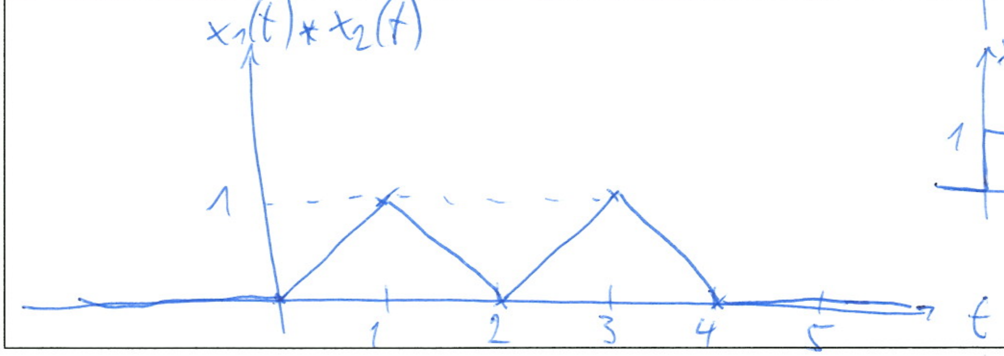
$\omega_1 = \frac{2\pi}{N_1}$

$\omega_1 = \frac{2\pi}{8} = \frac{\pi}{4}$ rad

Příklad 3 Nakreslete konvoluci signálů se spojitým časem:

$x_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 \le t \le 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ $\quad x_2(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 \le t \le 1 \\ 1 & \text{pro } 2 \le t \le 3 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$





Příklad 4 Vypočtěte koeficient c_1 Fourierovy řady periodického sledu obdélníkových impulsů s periodou $T_1 = 6$ ms. Jedna perioda je zadána jako: $x(t) = \begin{cases} 4 & \text{pro } -0.75\,\text{ms} \le t \le 0.75\,\text{ms} \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

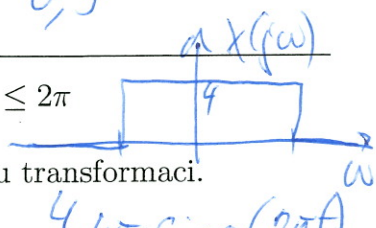
$\omega_1 = \frac{2\pi}{6 \cdot 10^{-3}}$

Pomůcka: $\text{sinc}(0) = 1$, $\text{sinc}(\frac{\pi}{4}) = 0.9$ $\text{sinc}(\frac{\pi}{2}) = 0.64$ $\text{sinc}(\frac{3\pi}{4}) = 0.3$ $\text{sinc}(\pi) = 0$.

$c_k = \frac{D\vartheta}{T_1} \text{sinc}\left(\frac{\vartheta}{2} k\omega_1\right) = \frac{4 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-3}}{6 \cdot 10^{-3}} \text{sinc}\left(0{,}75 \cdot 10^{-3} \cdot 1 \cdot \frac{2\pi}{6 \cdot 10^{-3}}\right) = \frac{6}{6} \cdot \text{sinc}\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0{,}9$

$c_1 = 0{,}9$

Příklad 5 Spektrální funkce má tvar obdélníka: $X(j\omega) = \begin{cases} 4 & \text{pro } -2\pi \le \omega \le 2\pi \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$



Napište odpovídající signál $x(t)$. Pomůcka: je potřeba provést zpětnou Fourierovu transformaci.

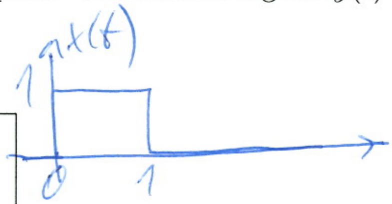
$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(j\omega) e^{+j\omega t} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-2\pi}^{2\pi} 4 e^{j\omega t} d\omega = \frac{4}{2\pi} \int_{-2\pi}^{2\pi} e^{j\omega t} d\omega = \frac{4}{2\pi} 4\pi \,\text{sinc}(2\pi t)$

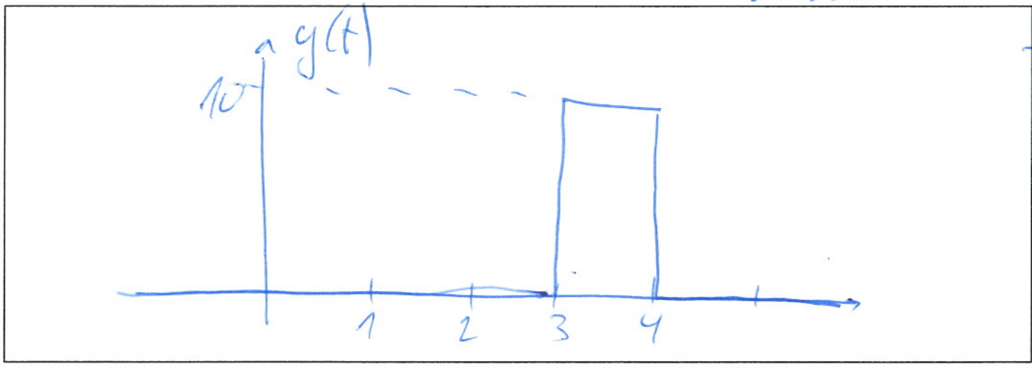
$x(t) = 8\,\text{sinc}(2\pi t)$

řešení pomocí šibestavy pomůcky...

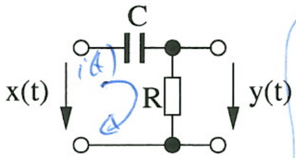
Příklad 6 Vstupem systému se spojitým časem je obdélníkový signál $x(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 \leq t \leq 1\,\text{s} \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$
Systém má impulsní odezvu $h(t) = 10\delta(t-3)$, kde $\delta(t)$ je Diracův impuls. Nakreslete signál $y(t)$ na výstupu.

Konvoluce s Diracem ≈ posunutí a násobení...





Příklad 7 Odvoďte a napište přenosovou funkci systému na obrázku.



$$i(t) = C\frac{d(x(t) - y(t))}{dt}$$

$$i(t) = \frac{1}{R}y(t)$$

$$RC\frac{d(x(t) - y(t))}{dt} = y(t)$$

$$RC\frac{dx(t)}{dt} = y(t) + RC\frac{dy(t)}{dt}$$

$$RC\,X(s)s = Y(s) + RC\,Y(s)s$$

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{RCs}{1 + RCs}$$

$H(s) = \frac{RCs}{1+RCs}$

Příklad 8 Přenosová funkce systému se spojitým časem má dva nulové body: $n_1 = 40\pi j$ a $n_2 = -40\pi j$. Na jeho vstupu je cosinusovka: $x(t) = 110\cos(40\pi t)$. Určete, jakou hodnotu bude mít amplituda cosinusovky na výstupu systému.

$$H(j40\pi) = (j40\pi - 40\pi j)(j40\pi - (-40\pi j))$$

$$0$$

$$H(j\omega) = (j\omega - n_1)(j\omega - n_2)$$

amplituda bude nula

Příklad 9 Spektrum řeči obyvatel planety Kocicakov má energii do maximální frekvence f_{max} =62 kHz. Napište, jaká je minimální vzorkovací frekvence, aby bylo možné ideální vzorkování a ideální rekonstrukce jejich řeči.

$$F_s > 2 f_{max}$$

$F_{s_{min}} =$ 124 kHz

Příklad 10 Vypočtěte kruhovou konvoluci dvou signálů s diskrétním časem o délce $N = 5$:

n	0	1	2	3	4
$x_1[n]$	4	3	1	2	0
$x_2[n]$	-1	1	0	0	0
$x_1[n] \circledast x_2[n]$	−4	1	2	−1	2

(A)

Příklad 11 Napište, zda existuje vztah mezi Fourierovou transformací s diskrétním časem (DTFT) diskrétního signálu $x[n]$ o délce N vzorků a Diskrétní Fourierovou transformací (DFT) téhož signálu, a pokud ano, jaký.

$\tilde{X}(e^{j\omega}) = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\omega n}$ $\qquad X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$

ANO, existuje, DFT je vzorkovaná DTFT na norm. kruh. frekvencích $\frac{2\pi}{N}k$.

Příklad 12 Diskrétní signál $\tilde{x}[n] = C_0 + C_1\cos(\omega_1 n + \phi_1)$ je periodický s periodou $N = 16$. V intervalu $k \in [0,\ N-1]$ má tři nenulové koeficienty diskrétní Fourierovy řady: $\tilde{X}[0] = 5$, $\tilde{X}[1] = 2$, $\tilde{X}[15] = 2$. Napište hodnoty jeho parametrů.

$$\tilde{x}[n] = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}\tilde{X}[k]e^{jk\frac{2\pi}{N}n} = \frac{5}{16} + \underbrace{\frac{2}{16}e^{j\frac{2\pi}{16}n} + \frac{2}{16}e^{j15\frac{2\pi}{16}n}}$$

→ cosinusovka $\frac{4}{16}\cos\left(\frac{2\pi}{16}n\right)$

$C_0 = \frac{5}{16}$ $\qquad C_1 = \frac{1}{4}$ $\qquad \omega_1 = \frac{2\pi}{16}$ rad $\qquad \phi_1 = 0$

Příklad 13 Vypočtěte zadaný koeficient Diskrétní Fourierfovy transformace (DFT) signálu o délce $N = 4$, který má vzorky: $x[0] = 1$, $x[1] = 1$, $x[2] = 0$, $x[3] = -1$

$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$

$$X[1] = x[0]\underbrace{e^{-j\frac{\pi}{2}0}}_{1} + x[1]\underbrace{e^{-j\frac{\pi}{2}}}_{-j} + x[2]\underbrace{e^{-j2\frac{\pi}{2}}}_{-1} + x[3]\underbrace{e^{-j\frac{3\pi}{2}}}_{j}$$

$\frac{2\pi}{4}\cdot 1 = \frac{\pi}{2}$

$X[1] = 1 - j - j = \underline{1 - 2j}$

Příklad 14 Diskrétní Fourierova transformace (DFT) signálu o $N = 4$ vzorcích $x[n]$ je
$X[0] = 5$, $X[1] = -j$, $X[2] = 0$, $X[3] = +j$
Určete koeficient $Y[1]$ signálu kruhově zpožděného o jeden vzorek: $y[n] = R_4[n]x[\text{mod}_4(n-1)]$.

$Y[k] = X[k]\, e^{-j\frac{2\pi}{N}km}$

zpoždění

$Y[1] = -j \cdot e^{-j\frac{2\pi}{4}\cdot 1\cdot 1} = -j\, e^{-j\frac{\pi}{2}}$

otočení o $-\frac{\pi}{2}$

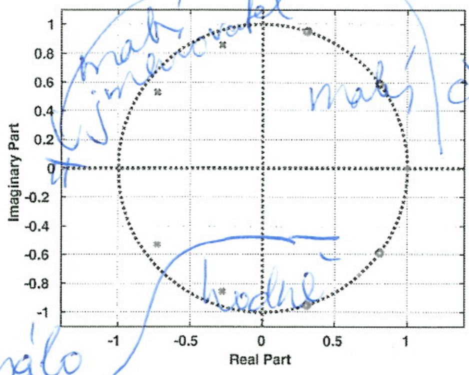
$Y[1] = -1$

Příklad 15 Napište v jazyce C kód pro implementaci číslicového filtru podle zadané přenosové funkce: $H(z) = \frac{1+0.5z^{-1}}{1-0.2z^{-1}+0.1z^{-2}}$. Funkce se volá pro každý vstupní vzorek $x[n]$ (značený `xn`) a pokaždé musí vyprodukovat výstupní vzorek $y[n]$ (značený `yn`). Nezapomeňte na deklaraci statických proměnných, jsou-li potřeba.

ve výstupní části se mění znaménka.

```
float filter (float xn) {
  static float xn1, yn1, yn2;
  float yn;
  yn = xn + 0.5 * xn1 + 0.2*yn1 - 0.1 * yn2;
  yn2 = yn1;
  yn1 = yn;
  xn1 = xn;
  return yn;
}
```

Příklad 16 Póly a nuly číslicového filtru jsou rozmístěny dle obrázku. Určete charakter filtru (dolní propusť / horní propusť / pásmová propusť / pásmová zádrž) a velmi krátce vysvětlete.



malý jmenovatel

malý čitatel

$H(e^{j\omega})$

málo

hodně

0

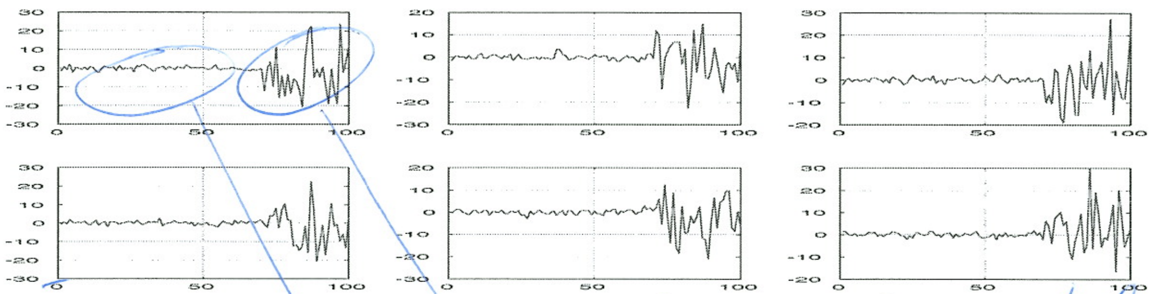
ω

Horní propusť

Příklad 17 Vypočtětě první tři vzorky impulsní odezvy číslicového filtru s diferenční rovnicí $y[n] = x[n] - 0.2x[n-1] + 0.2y[n-1] + 0.1y[n-2]$.

$h[0] =$ ....1...... $h[1] =$ ....0...... $h[2] =$ ....0,1......

Příklad 18 Na obrázku je 6 realizací náhodného signálu. Určete, zda se jedná o stacionární signál, a krátce zdůvodněte.



NENÍ STACIONÁRNÍ – jiný charakter, jiný rozptyl resp. směrodatná odchylka

---

Příklad 19 Stacionární náhodný signál má funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti

$$p(x) = \begin{cases} 0.1 & \text{pro } 25 \leq x \leq 35 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Vypočítejte střední hodnotu tohoto signálu.

$p(t)$, $0,1$, 25, 35, x

$$a = \int_{-\infty}^{\infty} x\,p(x)\,dx = 0,1 \int_{25}^{35} x\,dx = 0,1\,\frac{35^2 - 25^2}{2} = 0,1\,\frac{1225 - 625}{2} = \frac{60}{2} = 30$$

lepší je to rovnou určit jako střed intervalu

$a =$ ....30..............

Příklad 20 Je kvantován diskrétní signál, ve kterém se střídají hodnoty 10 a -10. Nejbližší kvantovací hladiny k nim jsou 9, resp. -9. Určete poměr signálu k šumu způsobený kvantováním.

$$SNR = 10\log_{10}\frac{P_s}{P_e} = 10\log_{10}\frac{N \cdot 10^2}{N \cdot 1^2} = 10\log_{10} 100 = 20$$

chyba

počet vzorků

$SNR =$ .....20........ dB.

Semestrální zkouška ISS, 2. opravný termín, 2.2.2016, skupina B

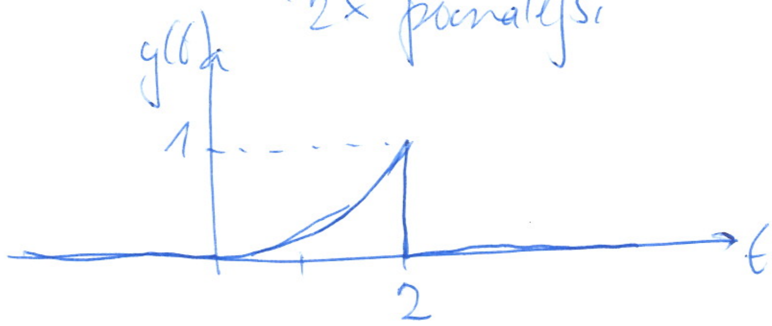
Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(čitelně!)

Příklad 1 Je zadán signál se spojitým časem $x(t) = \begin{cases} t^2 & \text{pro } 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

viz A

Nakreslete signál $y(t) = x(\frac{t}{2})$. Nezapomeňte na popis os.

2× pomalejší



Příklad 2 Určete normovanou kruhovou frekvenci diskrétní cosinusovky s periodou $N_1 = 16$ vzorků. Uveďte také její jenotku.

$\omega_1 = \frac{2\pi}{16} = \frac{\pi}{8}$ rad

Příklad 3 Nakreslete konvoluci signálů se spojitým časem:

$x_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ $\quad x_2(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 \leq t \leq 1 \\ 1 & \text{pro } 2 \leq t \leq 3 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

viz A

Příklad 4 Vypočtěte koeficient c_1 Fourierovy řady periodického sledu obdélníkových impulsů s periodou $T_1 = 6$ ms. Jedna perioda je zadána jako: $x(t) = \begin{cases} 4 & \text{pro } -1.5\,\text{ms} \leq t \leq 1.5\,\text{ms} \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Pomůcka: $\text{sinc}(0) = 1$, $\text{sinc}(\frac{\pi}{4}) = 0.9$ $\text{sinc}(\frac{\pi}{2}) = 0.64$ $\text{sinc}(\frac{3\pi}{4}) = 0.3$ $\text{sinc}(\pi) = 0.$

$c_1 = \frac{4 \cdot 3 \cdot 10^{-3}}{6 \cdot 10^{-3}} \text{sinc}\left(1{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot 1 \cdot \frac{2\pi}{6 \cdot 10^{-3}}\right) = 2\,\text{sinc}\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 \cdot 0{,}64$

$c_1 = 1{,}28$

Příklad 5 Spektrální funkce má tvar obdélníka: $X(j\omega) = \begin{cases} 1 & \text{pro } -2\pi \leq \omega \leq 2\pi \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

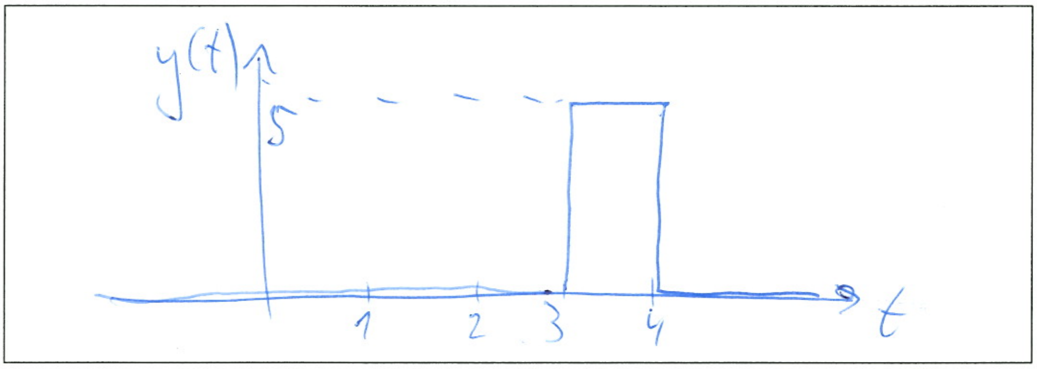
Napište odpovídající signál $x(t)$. Pomůcka: je potřeba provést zpětnou Fourierovu transformaci.

viz A

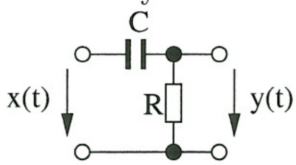
$x(t) = 2\,\text{sinc}(2\pi t)$

Příklad 6 Vstupem systému se spojitým časem je obdélníkový signál $x(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 \leq t \leq 1\,\text{s} \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$
Systém má impulsní odezvu $h(t) = 5\delta(t-3)$, kde $\delta(t)$ je Diracův impuls. Nakreslete signál $y(t)$ na výstupu.

viz A



Příklad 7 Odvoďte a napište přenosovou funkci systému na obrázku.



viz A

$H(s) = $ ....

Příklad 8 Přenosová funkce systému se spojitým časem má dva nulové body:
$n_1 = 400\pi j$ a $n_2 = -400\pi j$. Na jeho vstupu je cosinusovka: $x(t) = 110\cos(400\pi t)$. Určete, jakou hodnotu bude mít amplituda cosinusovky na výstupu systému.

$$H(j400\pi) = (\underbrace{j400\pi - 400\pi j}_{0})(\;.\;.\;.\;)$$

nula ....

Příklad 9 Spektrum řeči obyvatel planety Kocicakov má energii do maximální frekvence f_{max} =62 kHz. Napište, jaká je minimální vzorkovací frekvence, aby bylo možné ideální vzorkování a ideální rekonstrukce jejich řeči.

$F_{s_{min}} = $ ......124 k...... Hz

Příklad 10 Vypočtěte kruhovou konvoluci dvou signálů s diskrétním časem o délce $N = 5$:

n	0	1	2	3	4
$x_1[n]$	4	3	1	2	0
$x_2[n]$	1	-1	0	0	0
$x_1[n] \circledN x_2[n]$	4	-1	-2	1	-2

(B)

Příklad 11 Napište, zda existuje vztah mezi Fourierovou transformací s diskrétním časem (DTFT) diskrétního signálu $x[n]$ o délce N vzorků a Diskrétní Fourierovou transformací (DFT) téhož signálu, a pokud ano, jaký.

viz A

Příklad 12 Diskrétní signál $\tilde{x}[n] = C_0 + C_1 \cos(\omega_1 n + \phi_1)$ je periodický s periodou $N = 16$. V intervalu $k \in [0,\ N-1]$ má tři nenulové koeficienty diskrétní Fourierovy řady: $\tilde{X}[0] = 5$, $\tilde{X}[1] = 2$, $\tilde{X}[15] = 2$. Napište hodnoty jeho parametrů.

viz A

$C_0 = \ldots\ldots\ldots\ldots$ $C_1 = \ldots\ldots\ldots\ldots$ $\omega_1 = \ldots\ldots\ldots\ldots$ $\phi_1 = \ldots\ldots\ldots\ldots$

Příklad 13 Vypočtěte zadaný koeficient Diskrétní Fourierfovy transformace (DFT) signálu o délce $N = 4$, který má vzorky: $x[0] = 0$, $x[1] = 1$, $x[2] = 0$, $x[3] = -1$

viz A

$X[1] = -j - j = \underline{\underline{-2j}}$

Příklad 14 Diskrétní Fourierova transformace (DFT) signálu o $N = 4$ vzorcích $x[n]$ je
$X[0] = 7$, $X[1] = -j$, $X[2] = 0$, $X[3] = +j$
Určete koeficient $Y[1]$ signálu kruhově zpožděného o jeden vzorek: $y[n] = R_4[n]x[\mathrm{mod}_4(n-1)]$.

viz A

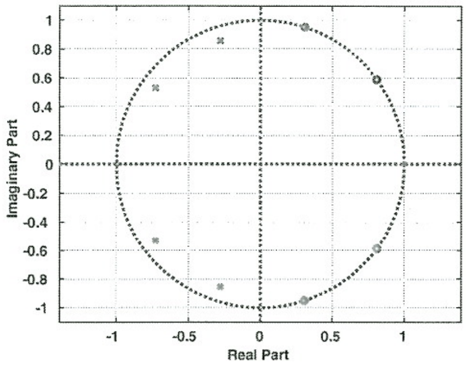
$Y[1] = -1$

Příklad 15 Napište v jazyce C kód pro implementaci číslicového filtru podle zadané přenosové funkce: $H(z) = \frac{1-0.5z^{-1}}{1-0.2z^{-1}+0.1z^{-2}}$. Funkce se volá pro každý vstupní vzorek $x[n]$ (značený `xn`) a pokaždé musí vyprodukovat výstupní vzorek $y[n]$ (značený `yn`). Nezapomeňte na deklaraci statických proměnných, jsou-li potřeba.

```
float filter (float xn) {
  static ...
  yn = xn - 0.5*xn1 + 0.2*yn1 - 0.1*yn2;
  dále viz A

  return yn;
}
```

Příklad 16 Póly a nuly číslicového filtru jsou rozmístěny dle obrázku. Určete charakter filtru (dolní propusť / horní propusť / pásmová propusť / pásmová zádrž) a velmi krátce vysvětlete.

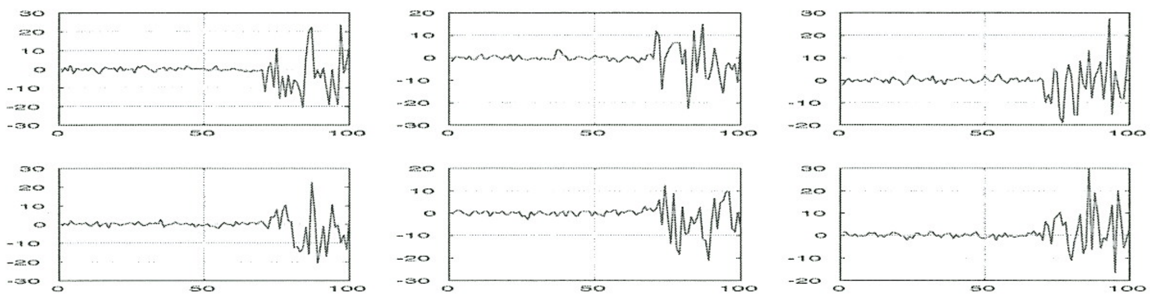


viz A

Příklad 17 Vypočtětě první tři vzorky impulsní odezvy číslicového filtru s diferenční rovnicí $y[n] = x[n] + 0.2x[n-1] + 0.2y[n-1] + 0.1y[n-2]$.

$h[0] =$ ....1..... $h[1] =$ ....0,4..... $h[2] =$ ....0,18.....

Příklad 18 Na obrázku je 6 realizací náhodného signálu. Určete, zda se jedná o stacionární signál, a krátce zdůvodněte.



viz A

Příklad 19 Stacionární náhodný signál má funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti

$$p(x) = \begin{cases} 0.1 & \text{pro } 20 \le x \le 30 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Vypočítejte střední hodnotu tohoto signálu.

viz A

$a =$.......25.........

Příklad 20 Je kvantován diskrétní signál, ve kterém se střídají hodnoty 10 a -10. Nejbližší kvantovací hladiny k nim jsou 9, resp. -9. Určete poměr signálu k šumu způsobený kvantováním.

viz A

$SNR =$ ....20........ dB.

Semestrální zkouška ISS, 2. opravný termín, 2.2.2016, skupina C

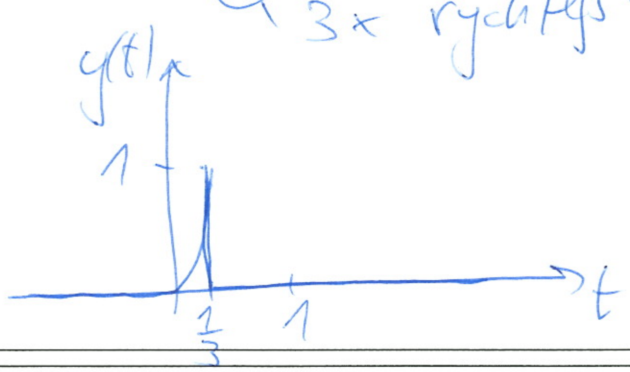
Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(čitelně!)

Příklad 1 Je zadán signál se spojitým časem $x(t) = \begin{cases} t^2 & \text{pro } 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Nakreslete signál $y(t) = x(3t)$. Nezapomeňte na popis os.

3× rychlejší

viz A



Příklad 2 Určete normovanou kruhovou frekvenci diskrétní cosinusovky s periodou $N_1 = 20$ vzorků. Uveďte také její jenotku.

$\omega_1 = \frac{2\pi}{20} = \frac{\pi}{10}$ rad

Příklad 3 Nakreslete konvoluci signálů se spojitým časem:

$x_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ $\quad x_2(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 \leq t \leq 1 \\ 1 & \text{pro } 2 \leq t \leq 3 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

viz A

Příklad 4 Vypočtěte koeficient c_1 Fourierovy řady periodického sledu obdélníkových impulsů s periodou $T_1 = 6$ ms. Jedna perioda je zadána jako: $x(t) = \begin{cases} 2 & \text{pro } -1.5\,\text{ms} \leq t \leq 1.5\,\text{ms} \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Pomůcka: $\text{sinc}(0) = 1$, $\text{sinc}(\frac{\pi}{4}) = 0.9$ $\text{sinc}(\frac{\pi}{2}) = 0.64$ $\text{sinc}(\frac{3\pi}{4}) = 0.3$ $\text{sinc}(\pi) = 0$.

$c_1 = \frac{2\cdot 3\cdot 10^{-3}}{6\cdot 10^{-3}} \cdot \text{sinc}\left(1{,}5\cdot 10^{-3}\cdot 1\cdot \frac{2\pi}{6\cdot 10^{-3}}\right) = \frac{6}{6}\cdot \text{sinc}\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0{,}64$

$c_1 = 0{,}64$

Příklad 5 Spektrální funkce má tvar obdélníka: $X(j\omega) = \begin{cases} 4 & \text{pro } -\pi \leq \omega \leq \pi \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

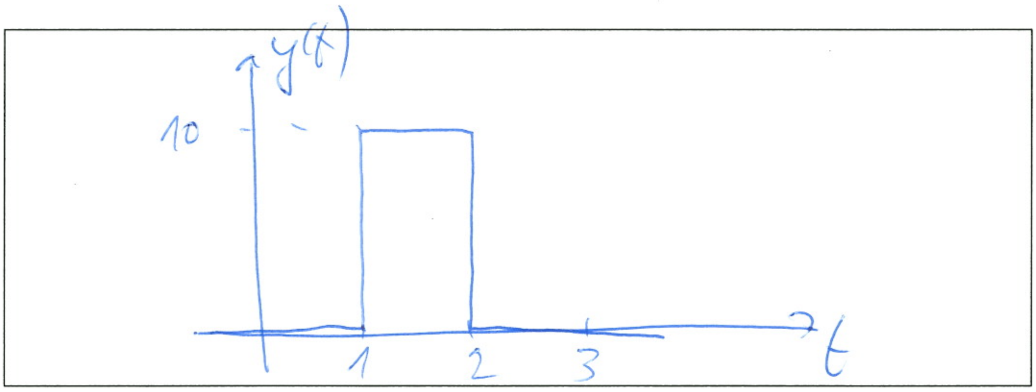
Napište odpovídající signál $x(t)$. Pomůcka: je potřeba provést zpětnou Fourierovu transformaci.

$x(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} 4 e^{j\omega t}\,d\omega = \frac{4}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} e^{j\omega t}\,d\omega = \frac{4\cdot \cancel{2\pi}}{\cancel{2\pi}}\cdot \text{sinc}(\pi t)$

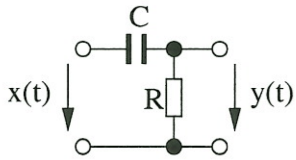
$x(t) = 4\,\text{sinc}(\pi t)$

Příklad 6 Vstupem systému se spojitým časem je obdélníkový signál $x(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 \leq t \leq 1\,\text{s} \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$
Systém má impulsní odezvu $h(t) = 10\delta(t-1)$, kde $\delta(t)$ je Diracův impuls. Nakreslete signál $y(t)$ na výstupu.

Viz A



Příklad 7 Odvoďte a napište přenosovou funkci systému na obrázku.



Viz A

$H(s) =$ ....

Příklad 8 Přenosová funkce systému se spojitým časem má dva nulové body:
$n_1 = 20\pi j$ a $n_2 = -20\pi j$. Na jeho vstupu je cosinusovka: $x(t) = 110\cos(20\pi t)$. Určete, jakou hodnotu bude mít amplituda cosinusovky na výstupu systému.

$H(j20\pi) = (\underbrace{j20\pi - 20\pi j}_{0})(\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ )$

......mula..

Příklad 9 Spektrum řeči obyvatel planety Kocicakov má energii do maximální frekvence f_{max} =62 kHz. Napište, jaká je minimální vzorkovací frekvence, aby bylo možné ideální vzorkování a ideální rekonstrukce jejich řeči.

$F_{s_{min}} =$ ....124 k......Hz

Příklad 10 Vypočtěte kruhovou konvoluci dvou signálů s diskrétním časem o délce $N = 5$:

n	0	1	2	3	4
$x_1[n]$	4	3	1	2	0
$x_2[n]$	-1	-1	0	0	0
$x_1[n]$ Ⓝ $x_2[n]$	-4	-7	-4	-3	-2

C

Příklad 11 Napište, zda existuje vztah mezi Fourierovou transformací s diskrétním časem (DTFT) diskrétního signálu $x[n]$ o délce N vzorků a Diskrétní Fourierovou transformací (DFT) téhož signálu, a pokud ano, jaký.

viz A

Příklad 12 Diskrétní signál $\tilde{x}[n] = C_0 + C_1 \cos(\omega_1 n + \phi_1)$ je periodický s periodou $N = 16$. V intervalu $k \in [0,\ N-1]$ má tři nenulové koeficienty diskrétní Fourierovy řady: $\tilde{X}[0] = 5$, $\tilde{X}[1] = 2$, $\tilde{X}[15] = 2$. Napište hodnoty jeho parametrů.

viz A

$C_0 = \dots\dots\dots$ $C_1 = \dots\dots\dots$ $\omega_1 = \dots\dots\dots$ $\phi_1 = \dots\dots\dots$

Příklad 13 Vypočtěte zadaný koeficient Diskrétní Fourierfovy transformace (DFT) signálu o délce $N = 4$, který má vzorky: $x[0] = -1$, $x[1] = 1$, $x[2] = 0$, $x[3] = -1$

viz A

$X[1] = -1 - j - j = \underline{\underline{-1-2j}}$

Příklad 14 Diskrétní Fourierova transformace (DFT) signálu o $N = 4$ vzorcích $x[n]$ je
$X[0] = 2$, $X[1] = -j$, $X[2] = 0$, $X[3] = +j$
Určete koeficient $Y[1]$ signálu kruhově zpožděného o jeden vzorek: $y[n] = R_4[n]x[\mathrm{mod}_4(n-1)]$.

viz A

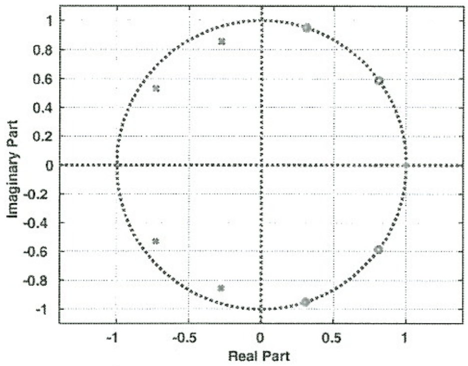
$Y[1] = -1$

Příklad 15 Napište v jazyce C kód pro implementaci číslicového filtru podle zadané přenosové funkce: $H(z) = \frac{1+0.5z^{-1}}{1+0.2z^{-1}+0.1z^{-2}}$. Funkce se volá pro každý vstupní vzorek $x[n]$ (značený `xn`) a pokaždé musí vyprodukovat výstupní vzorek $y[n]$ (značený `yn`). Nezapomeňte na deklaraci statických proměnných, jsou-li potřeba.

```
float filter (float xn) {
    static ...
    yn = xn + 0.5*xn1 - 0.2*yn1 - 0.1*yn2;
    dále viz A

  return yn;
}
```

Příklad 16 Póly a nuly číslicového filtru jsou rozmístěny dle obrázku. Určete charakter filtru (dolní propusť / horní propusť / pásmová propusť / pásmová zádrž) a velmi krátce vysvětlete.

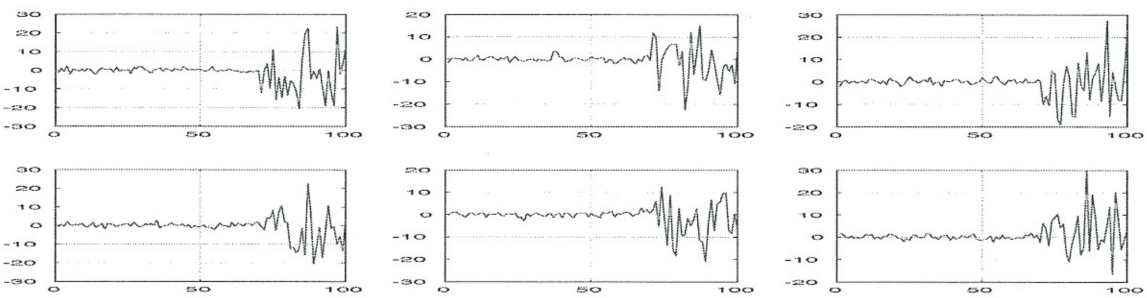


viz A

Příklad 17 Vypočtětě první tři vzorky impulsní odezvy číslicového filtru s diferenční rovnicí $y[n] = x[n] - 0.2x[n-1] - 0.2y[n-1] + 0.1y[n-2]$.

$h[0] =$ 1 $\quad h[1] =$ -0,4 $\quad h[2] =$ 0,18

Příklad 18 Na obrázku je 6 realizací náhodného signálu. Určete, zda se jedná o stacionární signál, a krátce zdůvodněte.



viz A

Příklad 19 Stacionární náhodný signál má funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti

$$p(x) = \begin{cases} 0.1 & \text{pro } 15 \leq x \leq 25 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Vypočítejte střední hodnotu tohoto signálu.

viz A

$a =$ 20

Příklad 20 Je kvantován diskrétní signál, ve kterém se střídají hodnoty 10 a -10. Nejbližší kvantovací hladiny k nim jsou 9, resp. -9. Určete poměr signálu k šumu způsobený kvantováním.

viz A

$SNR =$ 20 dB.

Semestrální zkouška ISS, 2. opravný termín, 2.2.2016, skupina D

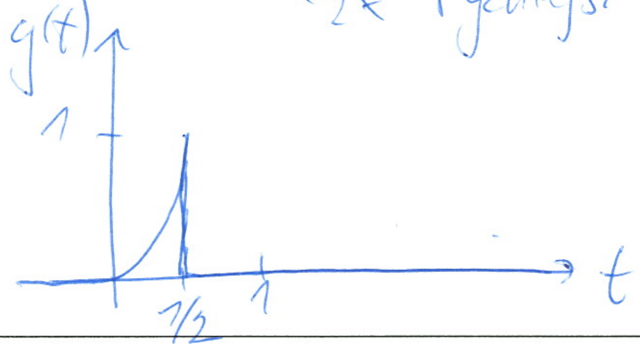
Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(čitelně!)

Příklad 1 Je zadán signál se spojitým časem $x(t) = \begin{cases} t^2 & \text{pro } 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Nakreslete signál $y(t) = x(2t)$. Nezapomeňte na popis os.

2x rychlejší

viz A



Příklad 2 Určete normovanou kruhovou frekvenci diskrétní cosinusovky s periodou $N_1 = 10$ vzorků. Uveďte také její jenotku.

$\omega_1 = \frac{2\pi}{10} = \frac{\pi}{5}$ rad

Příklad 3 Nakreslete konvoluci signálů se spojitým časem:

$x_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ $\qquad x_2(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 \leq t \leq 1 \\ 1 & \text{pro } 2 \leq t \leq 3 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

viz A

Příklad 4 Vypočtěte koeficient c_1 Fourierovy řady periodického sledu obdélníkových impulsů s periodou $T_1 = 6$ ms. Jedna perioda je zadána jako: $x(t) = \begin{cases} 4 & \text{pro } -0.75\,\text{ms} \leq t \leq -0.75\,\text{ms} \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Pomůcka: $\text{sinc}(0) = 1$, $\text{sinc}(\frac{\pi}{4}) = 0.9$ $\text{sinc}(\frac{\pi}{2}) = 0.64$ $\text{sinc}(\frac{3\pi}{4}) = 0.3$ $\text{sinc}(\pi) = 0$.

$c_1 = \frac{4 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-3}}{6 \cdot 10^{-3}} \cdot \text{sinc}\left(0{,}75 \cdot 10^{-3} \cdot 1 \cdot \frac{2\pi}{6 \cdot 10^{-3}}\right) = \frac{6}{6} \text{sinc}\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0{,}9$

$c_1 =$ 0,9

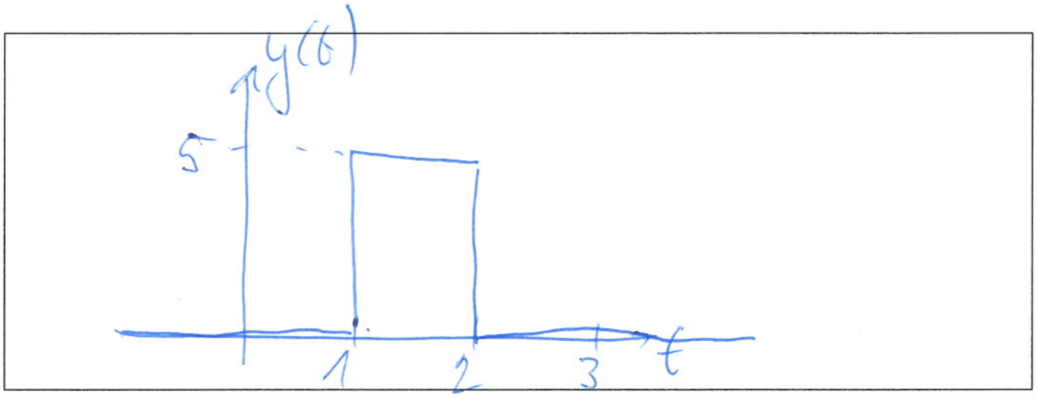
Příklad 5 Spektrální funkce má tvar obdélníka: $X(j\omega) = \begin{cases} 1 & \text{pro } -\pi \leq \omega \leq \pi \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

Napište odpovídající signál $x(t)$. Pomůcka: je potřeba provést zpětnou Fourierovu transformaci.

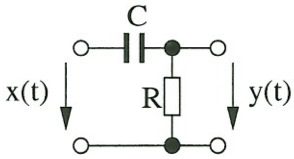
viz C

$x(t) =$ $\text{sinc}(\pi t)$

Příklad 6 Vstupem systému se spojitým časem je obdélníkový signál $x(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 \leq t \leq 1\,\text{s} \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$
Systém má impulsní odezvu $h(t) = 5\delta(t-1)$, kde $\delta(t)$ je Diracův impuls. Nakreslete signál $y(t)$ na výstupu.



Příklad 7 Odvoďte a napište přenosovou funkci systému na obrázku.



viz A

$H(s) =$ ....

Příklad 8 Přenosová funkce systému se spojitým časem má dva nulové body:
$n_1 = 200\pi j$ a $n_2 = -200\pi j$. Na jeho vstupu je cosinusovka: $x(t) = 110\cos(200\pi t)$. Určete, jakou hodnotu bude mít amplituda cosinusovky na výstupu systému.

$H(j200\pi) = (\underbrace{j200\pi - 200\pi j}_{0})(\ldots)$

....nula..

Příklad 9 Spektrum řeči obyvatel planety Kocicakov má energii do maximální frekvence f_{max} =62 kHz. Napište, jaká je minimální vzorkovací frekvence, aby bylo možné ideální vzorkování a ideální rekonstrukce jejich řeči.

$F_{s_{min}} =$ ....124..........kHz

Příklad 10 Vypočtěte kruhovou konvoluci dvou signálů s diskrétním časem o délce $N = 5$:

n	0	1	2	3	4
$x_1[n]$	4	3	1	2	0
$x_2[n]$	1	1	0	0	0
$x_1[n] \circledast x_2[n]$	4	7	4	3	2

D

Příklad 11 Napište, zda existuje vztah mezi Fourierovou transformací s diskrétním časem (DTFT) diskrétního signálu $x[n]$ o délce N vzorků a Diskrétní Fourierovou transformací (DFT) téhož signálu, a pokud ano, jaký.

viz A

Příklad 12 Diskrétní signál $\tilde{x}[n] = C_0 + C_1 \cos(\omega_1 n + \phi_1)$ je periodický s periodou $N = 16$. V intervalu $k \in [0,\ N-1]$ má tři nenulové koeficienty diskrétní Fourierovy řady: $\tilde{X}[0] = 5$, $\tilde{X}[1] = 2$, $\tilde{X}[15] = 2$. Napište hodnoty jeho parametrů.

viz A

$C_0 = \ldots\ldots\ldots$ $C_1 = \ldots\ldots\ldots$ $\omega_1 = \ldots\ldots\ldots$ $\phi_1 = \ldots\ldots\ldots$

Příklad 13 Vypočtěte zadaný koeficient Diskrétní Fourierfovy transformace (DFT) signálu o délce $N = 4$, který má vzorky: $x[0] = 5$, $x[1] = 1$, $x[2] = 0$, $x[3] = -1$

viz A

$X[1] = 5 - j - j = \underline{5 - 2j}$

Příklad 14 Diskrétní Fourierova transformace (DFT) signálu o $N = 4$ vzorcích $x[n]$ je
$X[0] = 1$, $X[1] = -j$, $X[2] = 0$, $X[3] = +j$
Určete koeficient $Y[1]$ signálu kruhově zpožděného o jeden vzorek: $y[n] = R_4[n]x[\text{mod}_4(n-1)]$.

viz A

$Y[1] = -1$

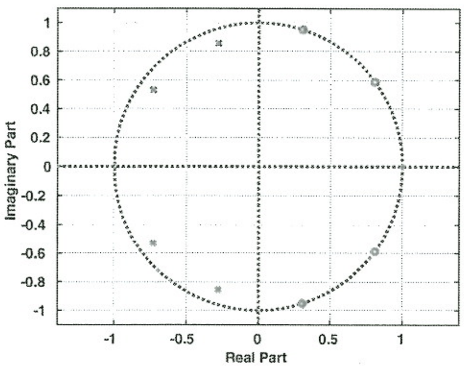
Příklad 15 Napište v jazyce C kód pro implementaci číslicového filtru podle zadané přenosové funkce: $H(z) = \frac{1-0.5z^{-1}}{1+0.2z^{-1}+0.1z^{-2}}$. Funkce se volá pro každý vstupní vzorek $x[n]$ (značený `xn`) a pokaždé musí vyprodukovat výstupní vzorek $y[n]$ (značený `yn`). Nezapomeňte na deklaraci statických proměnných, jsou-li potřeba.

```
float filter (float xn) {
static ...
yn = xn + 0.5*xn1 - 0.2*yn1 - 0.1*yn2;
dále viz A.

  return yn;
}
```

minus

Příklad 16 Póly a nuly číslicového filtru jsou rozmístěny dle obrázku. Určete charakter filtru (dolní propusť / horní propusť / pásmová propusť / pásmová zádrž) a velmi krátce vysvětlete.

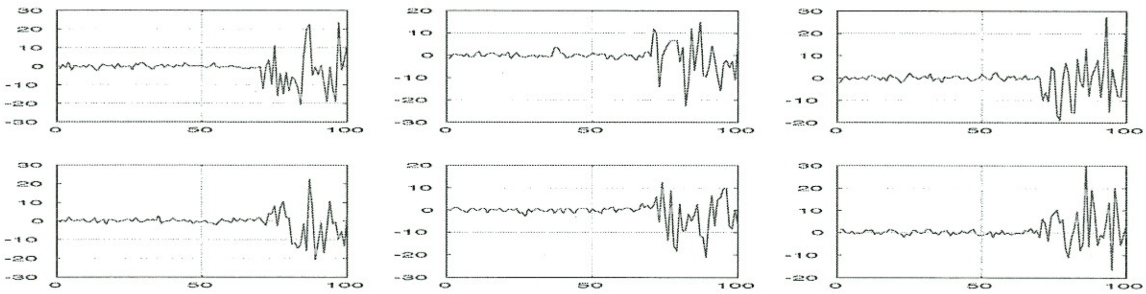


viz A

Příklad 17 Vypočtětě první tři vzorky impulsní odezvy číslicového filtru s diferenční rovnicí $y[n] = x[n] + 0.2x[n-1] - 0.2y[n-1] + 0.1y[n-2]$.

$h[0] =$ ....1.... $h[1] =$ ....0.... $h[2] =$ ....0,1....

Příklad 18 Na obrázku je 6 realizací náhodného signálu. Určete, zda se jedná o stacionární signál, a krátce zdůvodněte.



viz A

Příklad 19 Stacionární náhodný signál má funkci hustoty rozdělení pravděpodobnosti

$$p(x) = \begin{cases} 0.1 & \text{pro } 10 \leq x \leq 20 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Vypočítejte střední hodnotu tohoto signálu.

viz A

$a =$ ....15....

Příklad 20 Je kvantován diskrétní signál, ve kterém se střídají hodnoty 10 a -10. Nejbližší kvantovací hladiny k nim jsou 9, resp. -9. Určete poměr signálu k šumu způsobený kvantováním.

viz A

$SNR =$ ....20.... dB.