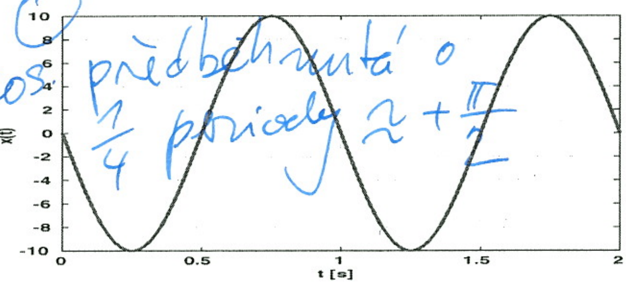
Semestrální zkouška ISS, 1. opravný termín, 23.1.2018, skupina A

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(čitelně!)

Příklad 1 Na obrázku je periodický signál se spojitým časem (posunutá cosinusovka) s kruhovou frekvencí $\omega_1 = 2\pi$ rad/s. Napište indexy a hodnoty všech nenulových koeficientů Fourierovy řady c_k.



cos předběhnutá o $\frac{1}{4}$ periody $\Rightarrow +\frac{\pi}{2}$

$c_1 = 5e^{j\frac{\pi}{2}}$

$c_{-1} = 5e^{-j\frac{\pi}{2}}$

Příklad 2 Fourierova řada reálného periodického signálu se spojitým časem má nenulové koeficienty $c_1 = 4e^{-j\frac{\pi}{8}}$, $c_3 = 4e^{j\frac{\pi}{7}}$. Napište indexy a hodnoty chybějících nenulových koeficientů, nebo "nechybí žádné".

$c_{-1} = c_1^* = 4e^{+j\frac{\pi}{8}}$

$c_{-3} = c_3^* = 4e^{-j\frac{\pi}{7}}$

$Y(j\omega) = X(j\omega) \cdot e^{-j\omega\tau}$

$\arg Y(j\omega) = \arg X(j\omega) - \omega\tau =$

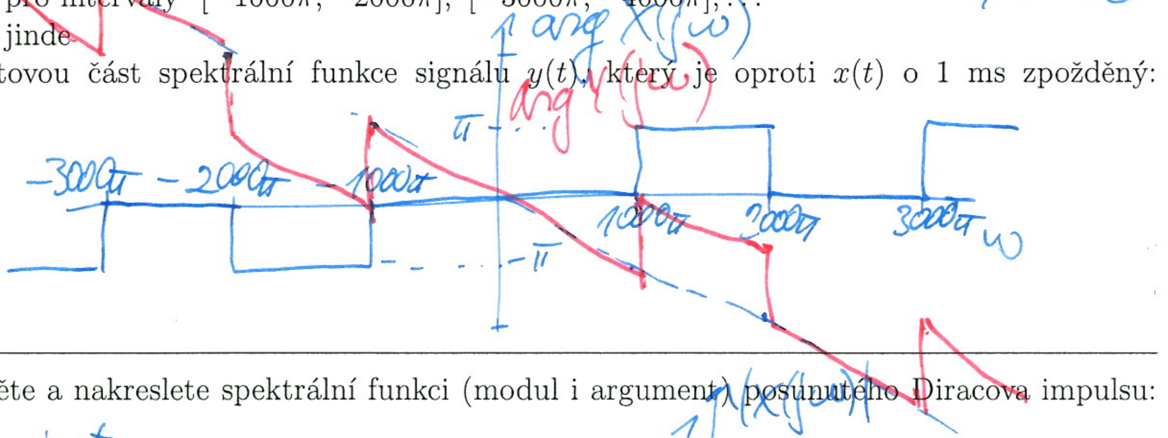
$= \arg X(j\omega) - 0{,}001\omega$

Příklad 3 Pro signál se spojitým časem $x(t)$, který má tvar obdélníka, vychází argumentová část spektrální funkce následovně:

$$\arg X(j\omega) = \begin{cases} +\pi & \text{pro intervaly } [1000\pi, 2000\pi],\ [3000\pi, 4000\pi], \ldots \\ -\pi & \text{pro intervaly } [-1000\pi, -2000\pi],\ [-3000\pi, -4000\pi], \ldots \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Nakreslete argumentovou část spektrální funkce signálu $y(t)$, který je oproti $x(t)$ o 1 ms zpožděný: $y(t) = x(t - 0.001)$.

pomocná funkce $-0{,}001\omega$



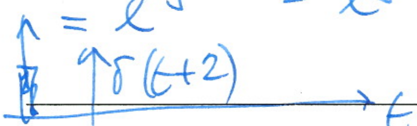
Příklad 4 Vypočtěte a nakreslete spektrální funkci (modul i argument) posunutého Diracova impulsu: $x(t) = \delta(t + 2)$

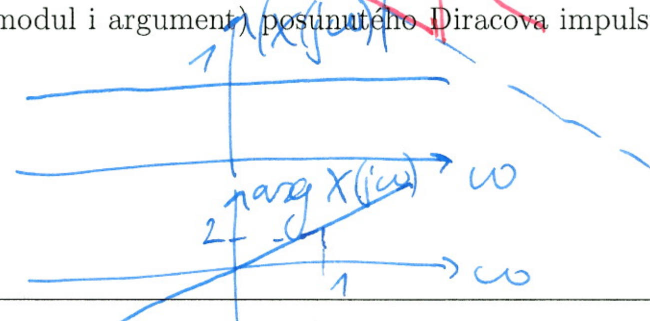
$X(j\omega) = \int \delta(t+2) e^{-j\omega t} dt =$

$= e^{-j\omega(-2)} = e^{j2\omega}$

modul 1

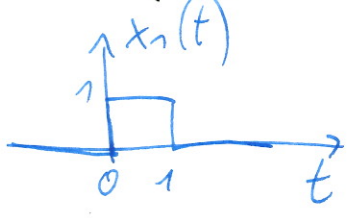
argument 2ω

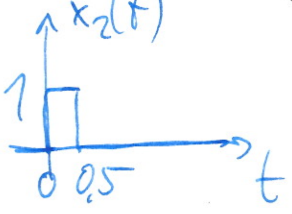


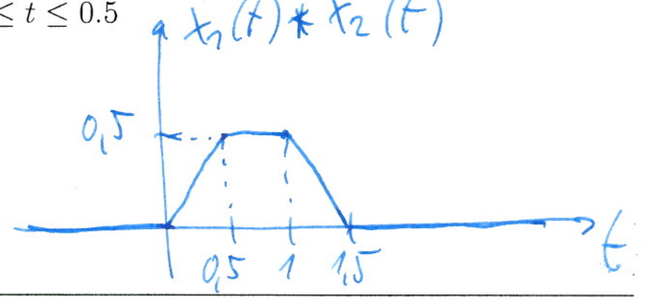


Příklad 5 Nakreslete výsledek konvoluce dvou signálů se spojitým časem: $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$.

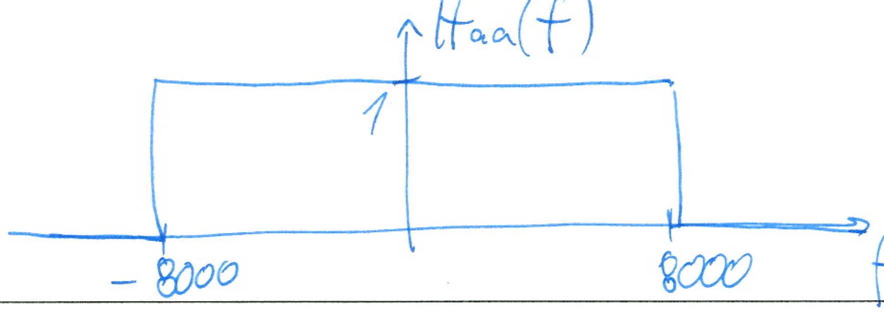
$$x_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 \le t \le 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \quad \text{a} \quad x_2(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 \le t \le 0.5 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$







Příklad 6 Vzorkování probíhá se vzorkovací frekvencí $F_s = 16$ kHz. Nakreslete frekvenční charakteristiku ideálního anti-aliasingového filtru. Frekvenční osa může být pro jednoduchost v Hz.

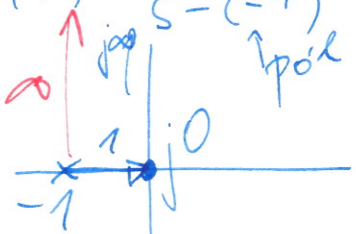


$F_s/2 = 8000$ Hz

je možné kreslit i jako modul a argument

Příklad 7 Přenosová funkce systému se spojitým časem je: $H(s) = \frac{1}{s+1}$. Nakreslete přibližný průběh modulu frekvenční charakteristiky tohoto systému $|H(j\omega)|$ pro kladné frekvence ω. Přesně určete hodnoty modulu pro $\omega = 0$ rad/s a pro $\omega = \infty$ rad/s.

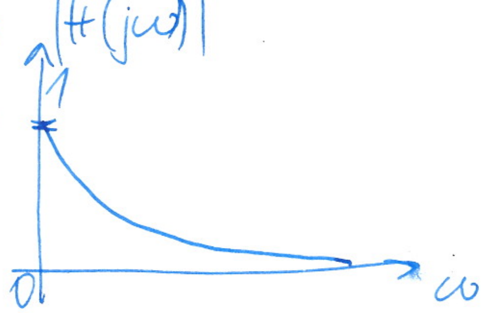
$H(s) = \frac{1}{s-(-1)}$ pól



$\omega = 0: |H(j0)| = \frac{1}{1} = 1$

$\omega = \infty: |H(j\infty)| = \frac{1}{\infty} = 0$

Přesně viz solution_7.png



Příklad 8 Přenosová funkce systému se spojitým časem je: $H(s) = \frac{1}{s^2+2s+5}$. Určete póly a rozhodněte, zda je systém stabilní.

nalezení pólů:

$$s_{1/2} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2-20}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{-16}}{2} = \frac{-2 \pm 4j}{2} = \begin{cases} -1+2j \\ -1-2j \end{cases}$$

STABILNÍ

Příklad 9 Diskrétní signál $x[n]$ má pouze tři nenulové hodnoty: $x[-1] = 1$, $x[0] = 2$ a $x[1] = 1$. Vypočtěte jeho Fourierovu transformaci s diskrétním časem (DTFT) a nakreslete ji v intervalu normovaných kruhových frekvencí $0 \ldots 4\pi$ rad. Vzhledem k tomu, že je signál sudý, vyjde DTFT reálná, nemusíte ji proto dělit na modul a argument.

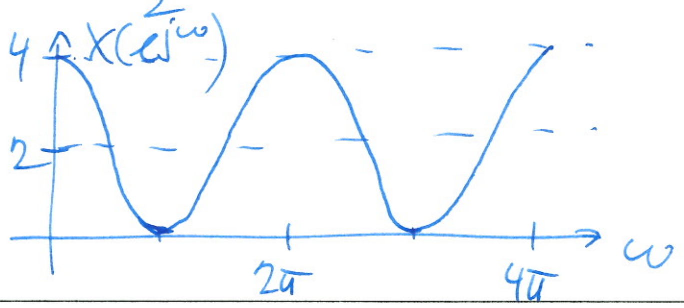
$\cos\alpha = \frac{e^{j\alpha}+e^{-j\alpha}}{2}$

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j\omega n} =$$

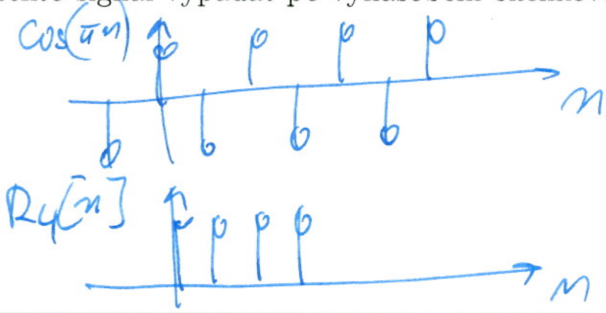
$$= 1 \cdot e^{-j\omega \cdot (-1)} + 2 \cdot e^{0} + 1 e^{-j\omega 1} =$$

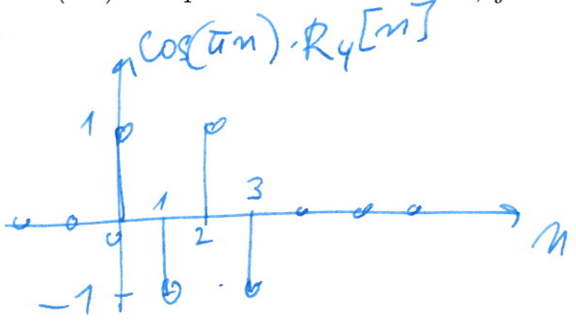
$$= 2 + 2\cos\omega$$

přidá 2π



Příklad 10 Signál s diskrétním časem je dán jako $x[n] = \cos(\pi n)$. Napište nebo nakreslete, jak bude tento signál vypadat po vynásobení okénkovou funkcí $R_4[n]$.





A

Příklad 11 Vypočtěte kruhovou konvoluci dvou signálů s diskrétním časem o délce $N = 5$:

n	0	1	2	3	4
$x_1[n]$	4	0	1	0	1
$x_2[n]$	1	-1	0	3	1
$x_1[n] \circledN x_2[n]$	6	-3	4	12	5

Příklad 12 V libovolném programovacím jazyce (kromě Matlab, Octave, atd), napište úsek kódu pro výpočet modulu k-tého koeficientu Diskrétní Fourierovy transformace (DFT) $|X[k]|$ reálného signálu $x[n]$. Proměnná `N` obsahuje počet vzorků a vstupní vzorky jsou uloženy v poli `x`. Je povoleno využít pouze funkce `sin`, `cos` a `sqrt`; programovací jazyk neumí komplexní čísla, práci s nimi musíte naprogramovat sami.

```
re = 0.0; im = 0.0;
for(n=0; n<N; n++){
  re += x[n]*cos(-2*PI*
     n*k/N);
  im += x[n]*sin(-2*PI*
     n*k/N);
}
Xk = sqrt(re*re + im*im);
```

... nebo podobně, každé řešení může být trochu jiné...

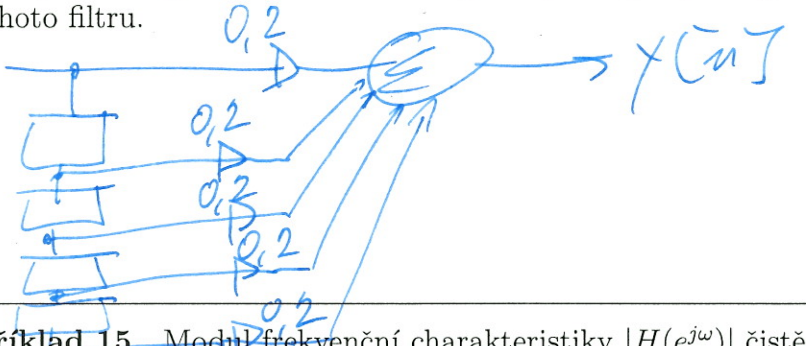
Příklad 13 Koeficienty Diskrétní Fourierovy Transformace (DFT) reálného signálu $x[n]$ o délce $N = 16$ jsou $X[k]$. Koeficienty signálu $y[n]$ jsou dány jako $Y[k] = X[k]e^{-j2\pi\frac{3}{16}k}$. Napište matematicky nebo slovně vztah mezi signály $x[n]$ a $y[n]$.

vztah pro DFT kruhově posunutého signálu.

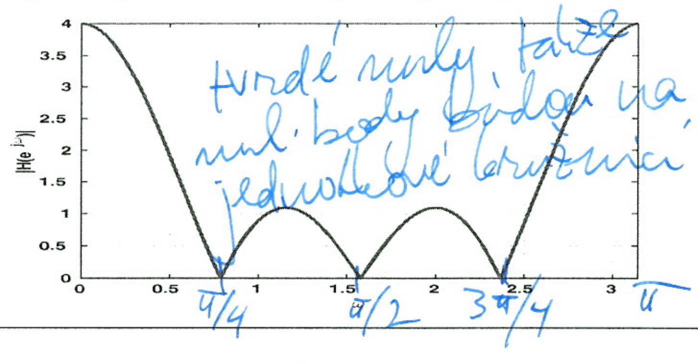
$y[n]$ je $x[n]$ kruhově zpožděné o 3 vzorky.

$y[n] = R_{16}[n] \cdot x[mod_{16}(n-3)]$

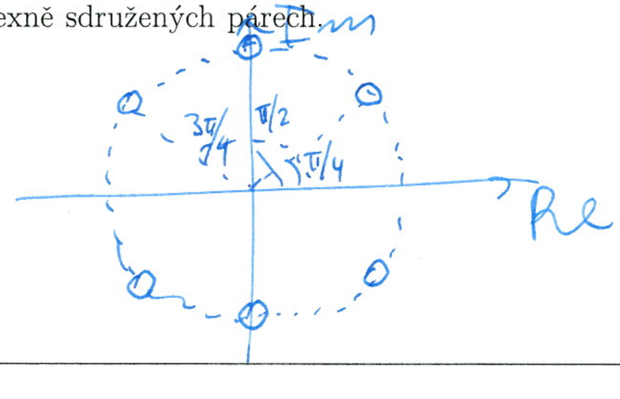
Příklad 14 Výstupní vzorek $y[n]$ číslicového filtru je vypočítán jako aritmetický průměr současného a čtyř předcházejících vzorků na vstupu: $x[n-4]$, $x[n-3]$, $x[n-2]$, $x[n-1]$, $x[n]$. Nakreslete schéma tohoto filtru.



Příklad 15 Modul frekvenční charakteristiky $|H(e^{j\omega})|$ čistě FIR filtru 6-řádu (v čitateli jsou tedy koeficienty $b_0 \dots b_6$) je na obrázku. Nakreslete v z-rovině přibližně pozice nulových bodů filtru. Nezapomeňte, že pokud jsou nulové body komplexní, musí být v komplexně sdružených párech.



tvrdé nuly, takže nul. body budou na jednotkové kružnici



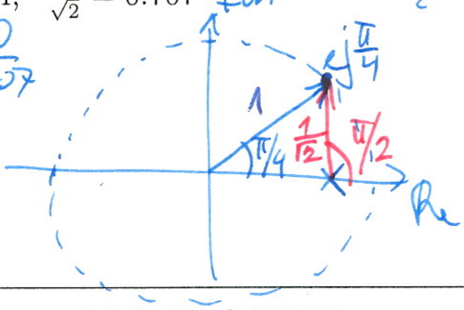
A

Příklad 16 Přenosová funkce číslicového filtru je $H(z) = \frac{1}{1-0.707z^{-1}}$. Určete modul a argument frekvenční charakteristiky tohoto filtru $H(e^{j\omega})$ na normované kruhové frekvenci $\omega = \frac{\pi}{4}$ rad.
Pomůcka: $\sqrt{2} = 1.414$, $\frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707$

$$H(z) = \frac{z-0}{z-0{,}707}$$

nul. bod

pól



$$|H(e^{j\pi/4})| = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \sqrt{2}$$

$$\arg H(e^{j\pi/4}) = \pi/4 - \pi/2 = -\frac{\pi}{4}$$

viz řešení - 16.png

Příklad 17 Napište matici (masku) 2D filtru o velikosti 3×3 pro zvýraznění šikmých (zleva nahoře doprava dolů) hran v obrázku.

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{nebo } \pm\frac{1}{4} \ldots$$

Příklad 18 Pixely obrázku o rozměrech 100×100 mají hodnoty 0 (černá) až 1 (bílá). Napište, zda bude koeficient $X[0,0]$ jeho 2D diskrétní Fourierovy transformace (2D-DFT) reálný nebo komplexní a v jakém intervalu bude jeho hodnota.

$$X[m,n] = \sum_{k=0}^{k-1}\sum_{l=0}^{l-1} x[k,l]\underbrace{\left(e^{-j2\pi\left(\frac{mk}{M} + \frac{nl}{N}\right)}\right)}_{1} = \sum_{k=0}^{99}\sum_{l=0}^{99} x[k,l]$$

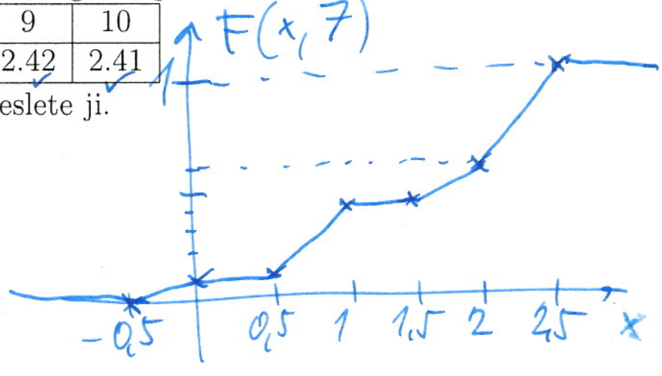
je to tedy suma všech vzorků! Reálné číslo, interval 0 … 10000.

Příklad 19 V tabulce jsou hodnoty vzorku $n = 7$ náhodného signálu pro $\Omega = 10$ realizací:

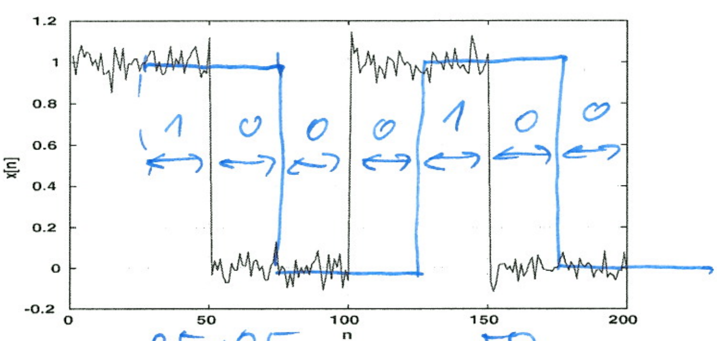
ω	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\xi_\omega[7]$	-0.34	2.03	1.72	0.93	1.71	0.79	0.87	2.48	2.42	2.41

Proveďte souborový odhad distribuční funkce $F(x,7)$ a nakreslete ji.

x	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5
count	0	1	1	4	4	6	10
F(x)	0	0,1	0,1	0,4	0,4	0,6	1,0



Příklad 20 Na obrázku je signál o délce $N = 200$ vzorků ovlivněný šumem. Odhadněte zadaný autokorelační koeficient. Použijte standardní vychýlený odhad: $\hat{R}_{vych}[k] = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x[n]x[n+k]$.



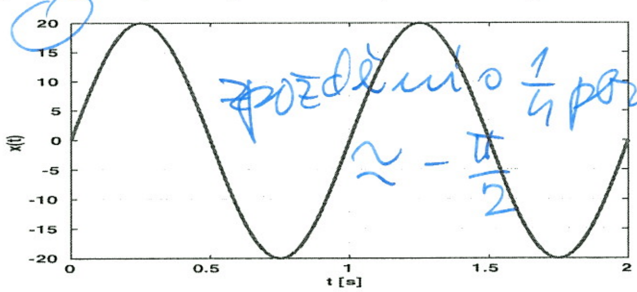
$R[25] = \frac{25+25}{200} = \frac{50}{200} = \frac{1}{4}$

A

Semestrální zkouška ISS, 1. opravný termín, 23.1.2018, skupina B

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(čitelně!)

Příklad 1 Na obrázku je periodický signál se spojitým časem (posunutá cosinusovka) s kruhovou frekvencí $\omega_1 = 2\pi$ rad/s. Napište indexy a hodnoty všech nenulových koeficientů Fourierovy řady c_k.



zpožděno o $\frac{1}{4}$ periody $\approx -\frac{\pi}{2}$

$c_1 = 10\, e^{-j\frac{\pi}{2}}$

$c_{-1} = 10\, e^{j\frac{\pi}{2}}$

Příklad 2 Fourierova řada reálného periodického signálu se spojitým časem má nenulové koeficienty $c_1 = 5e^{j\frac{\pi}{8}}$, $c_3 = 2e^{-j\frac{\pi}{7}}$. Napište indexy a hodnoty chybějících nenulových koeficientů, nebo "nechybí žádné".

$c_{-1} = c_1^* = 5\, e^{-j\frac{\pi}{8}}$

$c_{-3} = c_3^* = 2\, e^{+j\frac{\pi}{7}}$

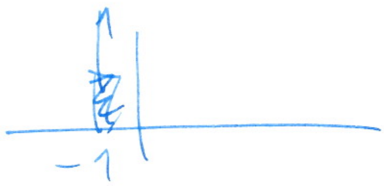
Příklad 3 Pro signál se spojitým časem $x(t)$, který má tvar obdélníka, vychází argumentová část spektrální funkce následovně:

$$\arg X(j\omega) = \begin{cases} +\pi & \text{pro intervaly } [1000\pi, 2000\pi],\ [3000\pi, 4000\pi], \dots \\ -\pi & \text{pro intervaly } [-1000\pi, -2000\pi],\ [-3000\pi, -4000\pi], \dots \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

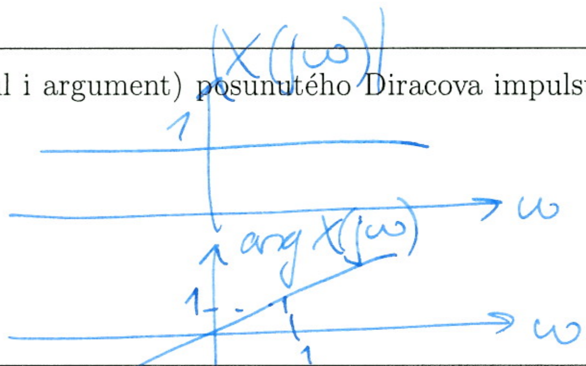
Nakreslete argumentovou část spektrální funkce signálu $y(t)$, který je oproti $x(t)$ o 1 ms zpožděný: $y(t) = x(t - 0.001)$.

viz A

Příklad 4 Vypočtěte a nakreslete spektrální funkci (modul i argument) posunutého Diracova impulsu: $x(t) = \delta(t + 1)$ viz A

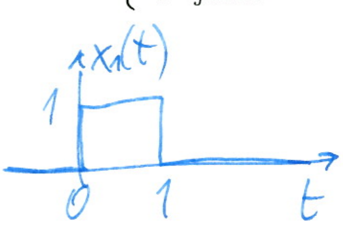


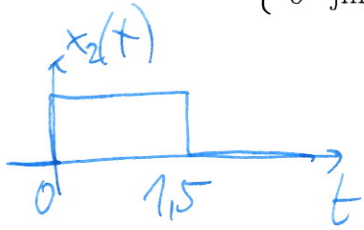
$X(j\omega) = e^{j\omega}$

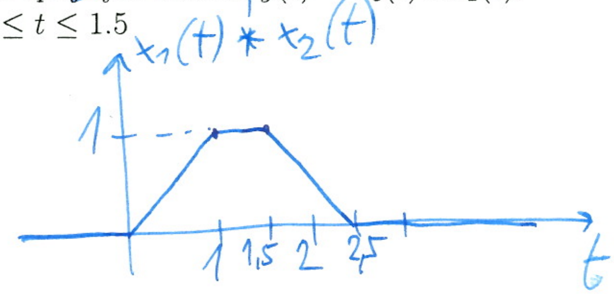


Příklad 5 Nakreslete výsledek konvoluce dvou signálů se spojitým časem: $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$.

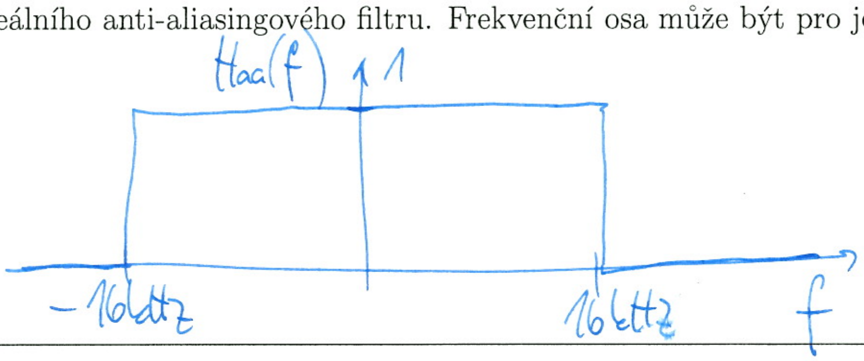
$$x_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 \le t \le 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \quad \text{a} \quad x_2(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 \le t \le 1.5 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$







Příklad 6 Vzorkování probíhá se vzorkovací frekvencí F_s =32 kHz. Nakreslete frekvenční charakteristiku ideálního anti-aliasingového filtru. Frekvenční osa může být pro jednoduchost v Hz.



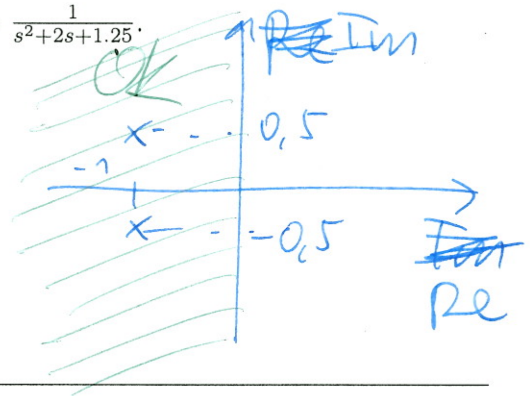
viz A

Příklad 7 Přenosová funkce systému se spojitým časem je: $H(s) = \frac{1}{s+1}$. Nakreslete přibližný průběh modulu frekvenční charakteristiky tohoto systému $|H(j\omega)|$ pro kladné frekvence ω. Přesně určete hodnoty modulu pro $\omega = 0$ rad/s a pro $\omega = \infty$ rad/s.

viz A

Příklad 8 Přenosová funkce systému se spojitým časem je: $H(s) = \frac{1}{s^2+2s+1.25}$. Určete póly a rozhodněte, zda je systém stabilní.

$$s_{1/2} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2-5}}{2} = \frac{-2 \pm j}{2} = \begin{cases} -1+0{,}5j \\ -1-0{,}5j \end{cases}$$



Stabilní

Příklad 9 Diskrétní signál $x[n]$ má pouze tři nenulové hodnoty: $x[-1] = 1$, $x[0] = 2$ a $x[1] = 1$. Vypočtěte jeho Fourierovu transformaci s diskrétním časem (DTFT) a nakreslete ji v intervalu normovaných kruhových frekvencí $0 \dots 4\pi$ rad. Vzhledem k tomu, že je signál sudý, vyjde DTFT reálná, nemusíte ji proto dělit na modul a argument.

viz A

Příklad 10 Signál s diskrétním časem je dán jako $x[n] = \cos(\pi n)$. Napište nebo nakreslete, jak bude tento signál vypadat po vynásobení okénkovou funkcí $R_4[n]$.

viz A

B

Příklad 11 Vypočtěte kruhovou konvoluci dvou signálů s diskrétním časem o délce $N = 5$:

n	0	1	2	3	4
$x_1[n]$	4	0	1	0	1
$x_2[n]$	1	1	0	3	1
$x_1[n] \circledN x_2[n]$	8	5	4	14	5

Příklad 12 V libovolném programovacím jazyce (kromě Matlab, Octave, atd), napište úsek kódu pro výpočet modulu k-tého koeficientu Diskrétní Fourierovy transformace (DFT) $|X[k]|$ reálného signálu $x[n]$. Proměnná `N` obsahuje počet vzorků a vstupní vzorky jsou uloženy v poli `x`. Je povoleno využít pouze funkce `sin`, `cos` a `sqrt`; programovací jazyk neumí komplexní čísla, práci s nimi musíte naprogramovat sami.

viz A

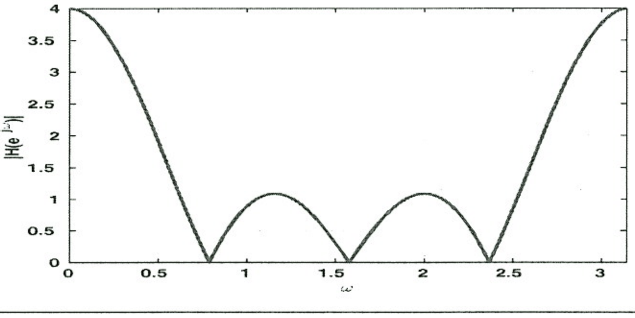
Příklad 13 Koeficienty Diskrétní Fourierovy Transformace (DFT) reálného signálu $x[n]$ o délce $N = 16$ jsou $X[k]$. Koeficienty signálu $y[n]$ jsou dány jako $Y[k] = X[k]e^{-j2\pi\frac{3}{16}k}$. Napište matematicky nebo slovně vztah mezi signály $x[n]$ a $y[n]$.

viz A

Příklad 14 Výstupní vzorek $y[n]$ číslicového filtru je vypočítán jako aritmetický průměr současného a čtyř předcházejících vzorků na vstupu: $x[n-4]$, $x[n-3]$, $x[n-2]$, $x[n-1]$, $x[n]$. Nakreslete schéma tohoto filtru.

viz A

Příklad 15 Modul frekvenční charakteristiky $|H(e^{j\omega})|$ čistě FIR filtru 6-řádu (v čitateli jsou tedy koeficienty $b_0 \dots b_6$) je na obrázku. Nakreslete v z-rovině přibližně pozice nulových bodů filtru. Nezapomeňte, že pokud jsou nulové body komplexní, musí být v komplexně sdružených párech.



viz A

B

Příklad 16 Přenosová funkce číslicového filtru je $H(z) = \frac{1}{1-0.707z^{-1}}$. Určete modul a argument frekvenční charakteristiky tohoto filtru $H(e^{j\omega})$ na normované kruhové frekvenci $\omega = \frac{\pi}{4}$ rad.
Pomůcka: $\sqrt{2} = 1.414$, $\frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707$

viz A

Příklad 17 Napište matici (masku) 2D filtru o velikosti 3×3 pro zvýraznění šikmých (zleva nahoře doprava dolů) hran v obrázku.

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{nebo } \pm\frac{1}{4}$$

Příklad 18 Pixely obrázku o rozměrech 100×100 mají hodnoty 0 (černá) až 1 (bílá). Napište, zda bude koeficient $X[0,0]$ jeho 2D diskrétní Fourierovy transformace (2D-DFT) reálný nebo komplexní a v jakém intervalu bude jeho hodnota.

viz A

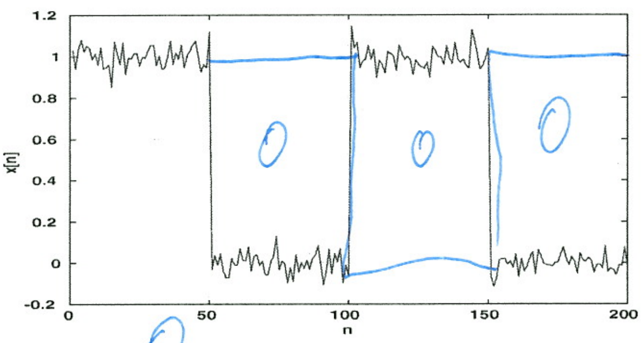
Příklad 19 V tabulce jsou hodnoty vzorku $n = 7$ náhodného signálu pro $\Omega = 10$ realizací:

ω	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\xi_\omega[7]$	-0.34	2.03	1.72	0.93	1.71	0.79	0.87	2.48	2.42	2.41

Proveďte souborový odhad distribuční funkce $F(x,7)$ a nakreslete ji.

viz A

Příklad 20 Na obrázku je signál o délce $N = 200$ vzorků ovlivněný šumem. Odhadněte zadaný autokorelační koeficient. Použijte standardní vychýlený odhad: $\hat{R}_{vych}[k] = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x[n]x[n+k]$.



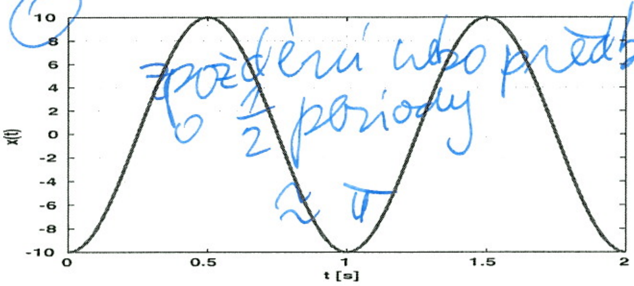
$R[50] =$ ....0..........

B

Semestrální zkouška ISS, 1. opravný termín, 23.1.2018, skupina C

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(čitelně!)

Příklad 1 Na obrázku je periodický signál se spojitým časem (posunutá cosinusovka) s kruhovou frekvencí $\omega_1 = 2\pi$ rad/s. Napište indexy a hodnoty všech nenulových koeficientů Fourierovy řady c_k.



zpoždění nebo předběh o $\frac{1}{2}$ periody

2π

$c_1 = 5\cancel{10}e^{-j\pi}$ nebo $5\cancel{10}e^{j\pi}$

$c_{-1} = 5\cancel{10}e^{+j\pi}$ nebo $5\cancel{10}e^{-j\pi}$

Příklad 2 Fourierova řada reálného periodického signálu se spojitým časem má nenulové koeficienty $c_1 = 6e^{j\frac{\pi}{8}}$, $c_3 = 3e^{j\frac{\pi}{6}}$. Napište indexy a hodnoty chybějících nenulových koeficientů, nebo "nechybí žádné".

$c_{-1} = c_1^* = 6e^{-j\pi/8}$

$c_{-3} = c_3^* = 3e^{-j\pi/6}$

Příklad 3 Pro signál se spojitým časem $x(t)$, který má tvar obdélníka, vychází argumentová část spektrální funkce následovně:

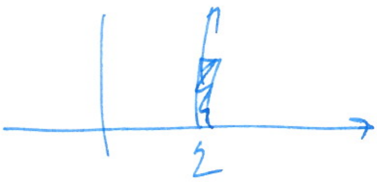
$$\arg X(j\omega) = \begin{cases} +\pi & \text{pro intervaly } [1000\pi, 2000\pi], [3000\pi, 4000\pi], \ldots \\ -\pi & \text{pro intervaly } [-1000\pi, -2000\pi], [-3000\pi, -4000\pi], \ldots \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Nakreslete argumentovou část spektrální funkce signálu $y(t)$, který je oproti $x(t)$ o 1 ms zpožděný: $y(t) = x(t - 0.001)$.

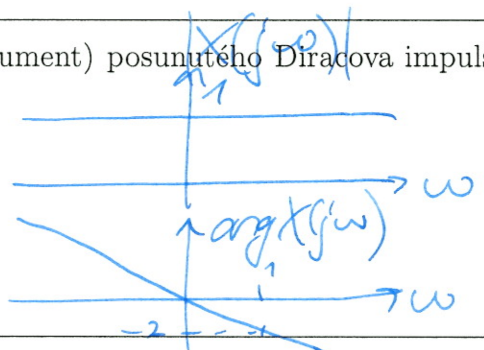
viz A

Příklad 4 Vypočtěte a nakreslete spektrální funkci (modul i argument) posunutého Diracova impulsu: $x(t) = \delta(t-2)$

viz A

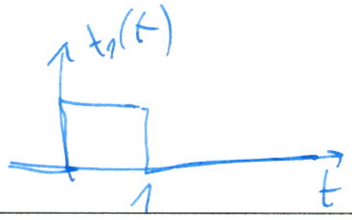


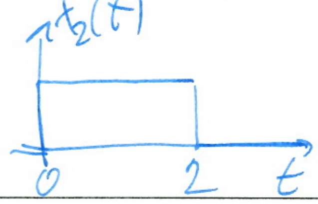
$X(j\omega) = e^{-j2\omega}$

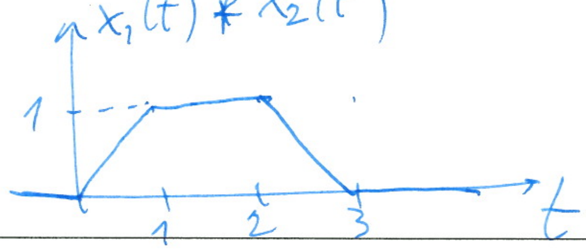


Příklad 5 Nakreslete výsledek konvoluce dvou signálů se spojitým časem: $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$.

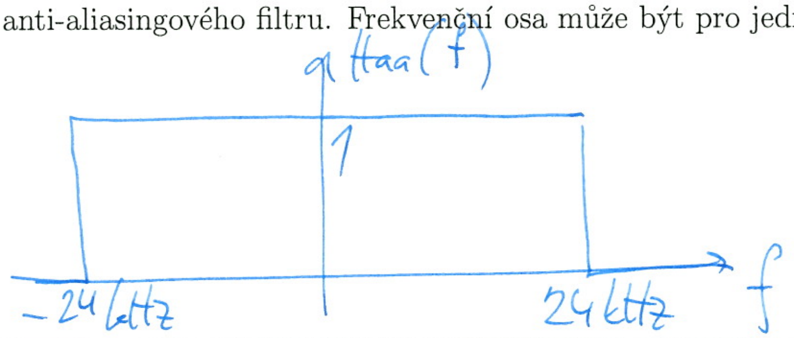
$x_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 \le t \le 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ a $x_2(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 \le t \le 2 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$







Příklad 6 Vzorkování probíhá se vzorkovací frekvencí F_s =48 kHz. Nakreslete frekvenční charakteristiku ideálního anti-aliasingového filtru. Frekvenční osa může být pro jednoduchost v Hz.



viz A

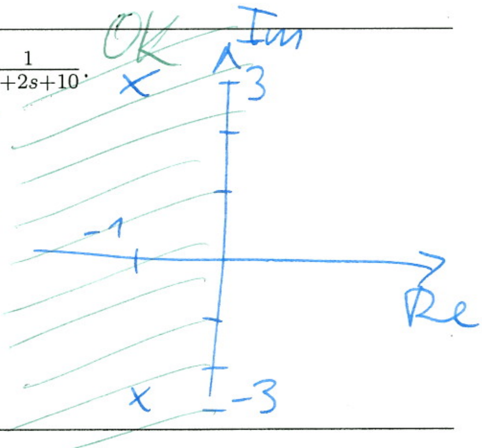
Příklad 7 Přenosová funkce systému se spojitým časem je: $H(s) = \frac{1}{s+1}$. Nakreslete přibližný průběh modulu frekvenční charakteristiky tohoto systému $|H(j\omega)|$ pro kladné frekvence ω. Přesně určete hodnoty modulu pro $\omega = 0$ rad/s a pro $\omega = \infty$ rad/s.

viz A

Příklad 8 Přenosová funkce systému se spojitým časem je: $H(s) = \frac{1}{s^2+2s+10}$. Určete póly a rozhodněte, zda je systém stabilní.

OK

$$s_{1/2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4-40}}{2} = \frac{-2 \pm j6}{2} = \begin{cases} -1+3j \\ -1-3j \end{cases}$$



Stabilní

Příklad 9 Diskrétní signál $x[n]$ má pouze tři nenulové hodnoty: $x[-1] = 1$, $x[0] = 2$ a $x[1] = 1$. Vypočtěte jeho Fourierovu transformaci s diskrétním časem (DTFT) a nakreslete ji v intervalu normovaných kruhových frekvencí $0 \dots 4\pi$ rad. Vzhledem k tomu, že je signál sudý, vyjde DTFT reálná, nemusíte ji proto dělit na modul a argument.

viz A

Příklad 10 Signál s diskrétním časem je dán jako $x[n] = \cos(\pi n)$. Napište nebo nakreslete, jak bude tento signál vypadat po vynásobení okénkovou funkcí $R_4[n]$.

viz A

C

Příklad 11 Vypočtěte kruhovou konvoluci dvou signálů s diskrétním časem o délce $N = 5$:

n	0	1	2	3	4
$x_1[n]$	4	0	1	0	1
$x_2[n]$	-1	-1	0	3	1
$x_1[n] \circledN x_2[n]$	−2	−3	2	12	3

Příklad 12 V libovolném programovacím jazyce (kromě Matlab, Octave, atd), napište úsek kódu pro výpočet modulu k-tého koeficientu Diskrétní Fourierovy transformace (DFT) $|X[k]|$ reálného signálu $x[n]$. Proměnná `N` obsahuje počet vzorků a vstupní vzorky jsou uloženy v poli `x`. Je povoleno využít pouze funkce `sin`, `cos` a `sqrt`; programovací jazyk neumí komplexní čísla, práci s nimi musíte naprogramovat sami.

viz A

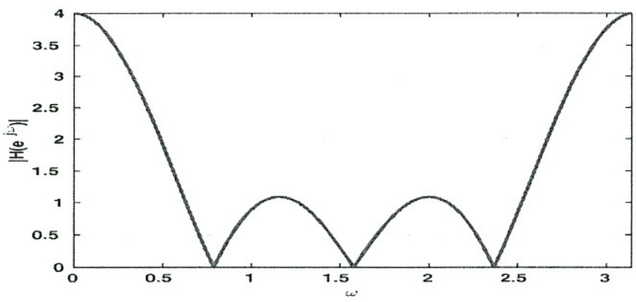
Příklad 13 Koeficienty Diskrétní Fourierovy Transformace (DFT) reálného signálu $x[n]$ o délce $N = 16$ jsou $X[k]$. Koeficienty signálu $y[n]$ jsou dány jako $Y[k] = X[k]e^{-j2\pi\frac{3}{16}k}$. Napište matematicky nebo slovně vztah mezi signály $x[n]$ a $y[n]$.

viz A

Příklad 14 Výstupní vzorek $y[n]$ číslicového filtru je vypočítán jako aritmetický průměr současného a čtyř předcházejících vzorků na vstupu: $x[n-4]$, $x[n-3]$, $x[n-2]$, $x[n-1]$, $x[n]$. Nakreslete schéma tohoto filtru.

viz A

Příklad 15 Modul frekvenční charakteristiky $|H(e^{j\omega})|$ čistě FIR filtru 6-řádu (v čitateli jsou tedy koeficienty $b_0 \dots b_6$) je na obrázku. Nakreslete v z-rovině přibližně pozice nulových bodů filtru. Nezapomeňte, že pokud jsou nulové body komplexní, musí být v komplexně sdružených párech.



viz A

C

Příklad 16 Přenosová funkce číslicového filtru je $H(z) = \frac{1}{1-0.707z^{-1}}$. Určete modul a argument frekvenční charakteristiky tohoto filtru $H(e^{j\omega})$ na normované kruhové frekvenci $\omega = \frac{\pi}{4}$ rad.
Pomůcka: $\sqrt{2} = 1.414$, $\frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707$

viz A

Příklad 17 Napište matici (masku) 2D filtru o velikosti 3×3 pro zvýraznění šikmých (zprava nahoře doleva dolů) hran v obrázku.

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{nebo } \pm\frac{1}{4}$$

Příklad 18 Pixely obrázku o rozměrech 100 × 100 mají hodnoty 0 (černá) až 1 (bílá). Napište, zda bude koeficient $X[0,0]$ jeho 2D diskrétní Fourierovy transformace (2D-DFT) reálný nebo komplexní a v jakém intervalu bude jeho hodnota.

viz A

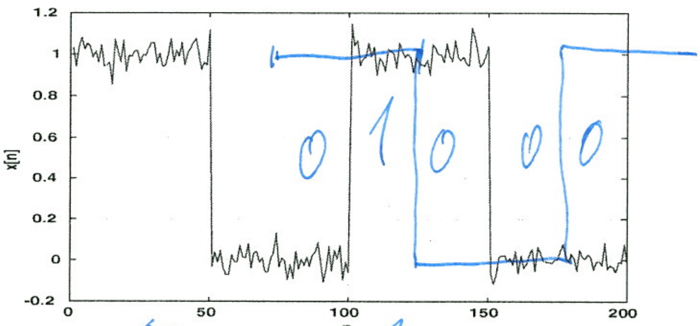
Příklad 19 V tabulce jsou hodnoty vzorku $n = 7$ náhodného signálu pro $\Omega = 10$ realizací:

ω	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\xi_\omega[7]$	-0.34	2.03	1.72	0.93	1.71	0.79	0.87	2.48	2.42	2.41

Proveďte souborový odhad distribuční funkce $F(x, 7)$ a nakreslete ji.

viz A

Příklad 20 Na obrázku je signál o délce $N = 200$ vzorků ovlivněný šumem. Odhadněte zadaný autokorelační koeficient. Použijte standardní vychýlený odhad: $\hat{R}_{vych}[k] = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x[n]x[n+k]$.



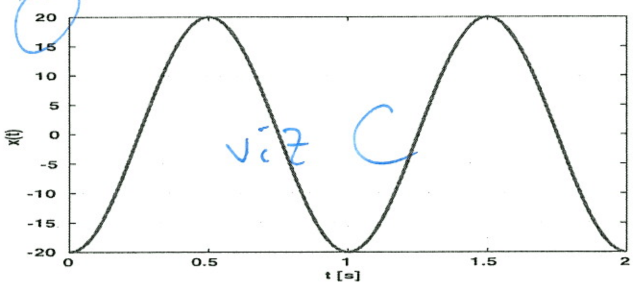
$R[75] = \frac{25}{200} = \frac{1}{8}$

C

Semestrální zkouška ISS, 1. opravný termín, 23.1.2018, skupina D

Login: .... Příjmení a jméno: .... Podpis: ....
(čitelně!)

Příklad 1 Na obrázku je periodický signál se spojitým časem (posunutá cosinusovka) s kruhovou frekvencí $\omega_1 = 2\pi$ rad/s. Napište indexy a hodnoty všech nenulových koeficientů Fourierovy řady c_k.



$c_1 = 10e^{-j\pi}$ nebo $10e^{j\pi}$

$c_{-1} = 10e^{j\pi}$ nebo $10e^{-j\pi}$

Příklad 2 Fourierova řada reálného periodického signálu se spojitým časem má nenulové koeficienty $c_1 = 7e^{-j\frac{\pi}{8}}$, $c_3 = 1e^{j\frac{\pi}{7}}$. Napište indexy a hodnoty chybějících nenulových koeficientů, nebo "nechybí žádné".

$c_{-1} = c_1^* = 7e^{j\pi/8}$

$c_{-3} = c_3^* = 1 \cdot e^{-j\pi/7}$

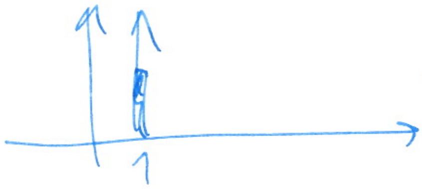
Příklad 3 Pro signál se spojitým časem $x(t)$, který má tvar obdélníka, vychází argumentová část spektrální funkce následovně:

$$\arg X(j\omega) = \begin{cases} +\pi & \text{pro intervaly } [1000\pi, 2000\pi],\ [3000\pi, 4000\pi], \ldots \\ -\pi & \text{pro intervaly } [-1000\pi, -2000\pi],\ [-3000\pi, -4000\pi], \ldots \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

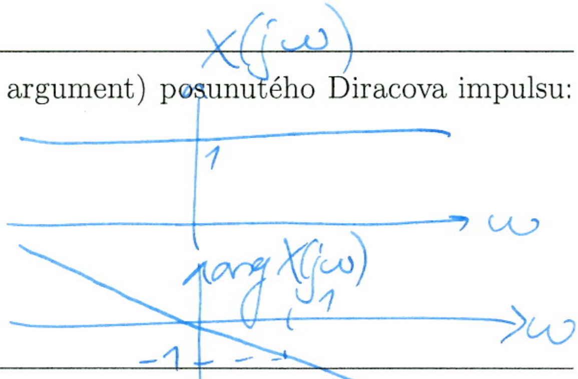
Nakreslete argumentovou část spektrální funkce signálu $y(t)$, který je oproti $x(t)$ o 1 ms zpožděný: $y(t) = x(t - 0.001)$.

viz A

Příklad 4 Vypočtěte a nakreslete spektrální funkci (modul i argument) posunutého Diracova impulsu: $x(t) = \delta(t-1)$

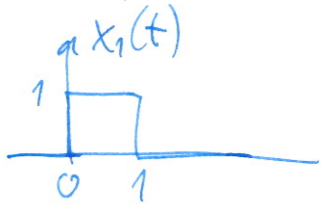


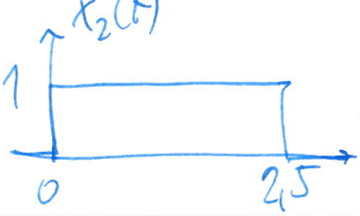
$X(j\omega) = e^{-j\omega}$

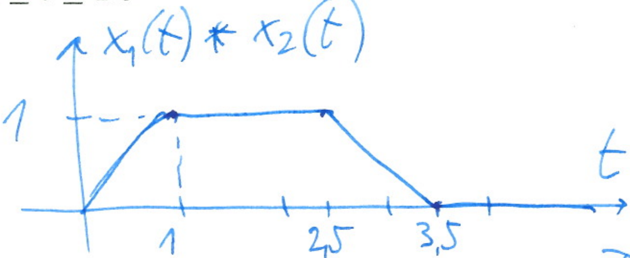


Příklad 5 Nakreslete výsledek konvoluce dvou signálů se spojitým časem: $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$.

$x_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 \le t \le 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$ a $x_2(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 \le t \le 2.5 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$

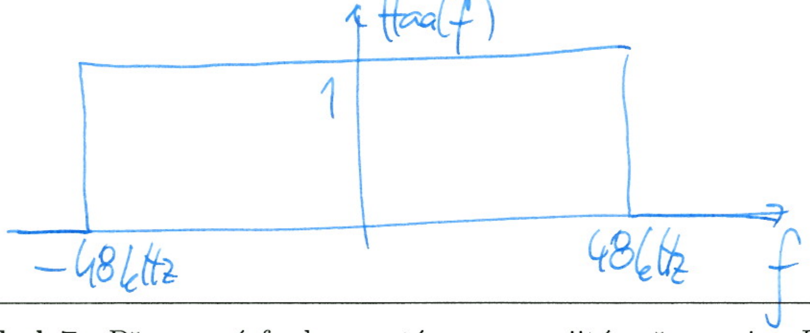






D

Příklad 6 Vzorkování probíhá se vzorkovací frekvencí F_s =96 kHz. Nakreslete frekvenční charakteristiku ideálního anti-aliasingového filtru. Frekvenční osa může být pro jednoduchost v Hz.



viz A

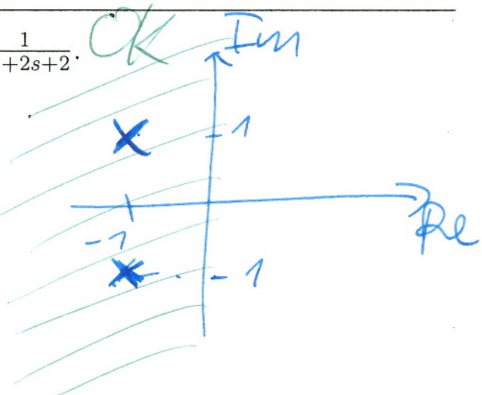
Příklad 7 Přenosová funkce systému se spojitým časem je: $H(s) = \frac{1}{s+1}$. Nakreslete přibližný průběh modulu frekvenční charakteristiky tohoto systému $|H(j\omega)|$ pro kladné frekvence ω. Přesně určete hodnoty modulu pro $\omega = 0$ rad/s a pro $\omega = \infty$ rad/s.

viz A

Příklad 8 Přenosová funkce systému se spojitým časem je: $H(s) = \frac{1}{s^2+2s+2}$. OK

Určete póly a rozhodněte, zda je systém stabilní.

$$s_{1/2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4-8}}{2} = \frac{-2 \pm 2j}{2} = \begin{cases} -1-j \\ -1+j \end{cases}$$



Stabilní

Příklad 9 Diskrétní signál $x[n]$ má pouze tři nenulové hodnoty: $x[-1] = 1$, $x[0] = 2$ a $x[1] = 1$. Vypočtěte jeho Fourierovu transformaci s diskrétním časem (DTFT) a nakreslete ji v intervalu normovaných kruhových frekvencí $0 \ldots 4\pi$ rad. Vzhledem k tomu, že je signál sudý, vyjde DTFT reálná, nemusíte ji proto dělit na modul a argument.

viz A

Příklad 10 Signál s diskrétním časem je dán jako $x[n] = \cos(\pi n)$. Napište nebo nakreslete, jak bude tento signál vypadat po vynásobení okénkovou funkcí $R_4[n]$.

viz A

D

Příklad 11 Vypočtěte kruhovou konvoluci dvou signálů s diskrétním časem o délce $N = 5$:

n	0	1	2	3	4
$x_1[n]$	4	0	1	0	1
$x_2[n]$	-1	1	0	3	1
$x_1[n] \circledast x_2[n]$	0	5	2	14	3

Příklad 12 V libovolném programovacím jazyce (kromě Matlab, Octave, atd), napište úsek kódu pro výpočet modulu k-tého koeficientu Diskrétní Fourierovy transformace (DFT) $|X[k]|$ reálného signálu $x[n]$. Proměnná `N` obsahuje počet vzorků a vstupní vzorky jsou uloženy v poli `x`. Je povoleno využít pouze funkce `sin`, `cos` a `sqrt`; programovací jazyk neumí komplexní čísla, práci s nimi musíte naprogramovat sami.

viz A

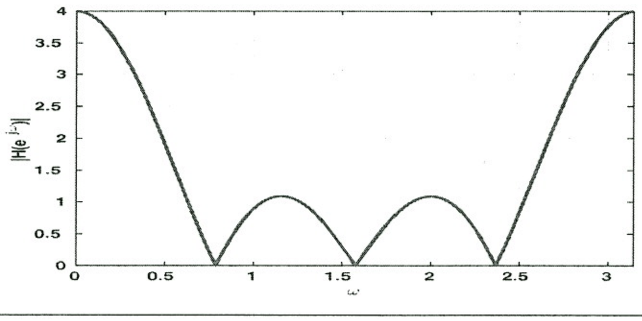
Příklad 13 Koeficienty Diskrétní Fourierovy Transformace (DFT) reálného signálu $x[n]$ o délce $N = 16$ jsou $X[k]$. Koeficienty signálu $y[n]$ jsou dány jako $Y[k] = X[k]e^{-j2\pi\frac{3}{16}k}$. Napište matematicky nebo slovně vztah mezi signály $x[n]$ a $y[n]$.

viz A

Příklad 14 Výstupní vzorek $y[n]$ číslicového filtru je vypočítán jako aritmetický průměr současného a čtyř předcházejících vzorků na vstupu: $x[n-4]$, $x[n-3]$, $x[n-2]$, $x[n-1]$, $x[n]$. Nakreslete schéma tohoto filtru.

viz A

Příklad 15 Modul frekvenční charakteristiky $|H(e^{j\omega})|$ čistě FIR filtru 6-řádu (v čitateli jsou tedy koeficienty $b_0 \dots b_6$) je na obrázku. Nakreslete v z-rovině přibližně pozice nulových bodů filtru. Nezapomeňte, že pokud jsou nulové body komplexní, musí být v komplexně sdružených párech.



viz A

Příklad 16 Přenosová funkce číslicového filtru je $H(z) = \frac{1}{1-0.707z^{-1}}$. Určete modul a argument frekvenční charakteristiky tohoto filtru $H(e^{j\omega})$ na normované kruhové frekvenci $\omega = \frac{\pi}{4}$ rad.
Pomůcka: $\sqrt{2} = 1.414$, $\frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707$

viz A

Příklad 17 Napište matici (masku) 2D filtru o velikosti 3×3 pro zvýraznění šikmých (zprava nahoře doleva dolů) hran v obrázku.

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

nebo $\pm\frac{1}{4}$

Příklad 18 Pixely obrázku o rozměrech 100×100 mají hodnoty 0 (černá) až 1 (bílá). Napište, zda bude koeficient $X[0,0]$ jeho 2D diskrétní Fourierovy transformace (2D-DFT) reálný nebo komplexní a v jakém intervalu bude jeho hodnota.

viz A

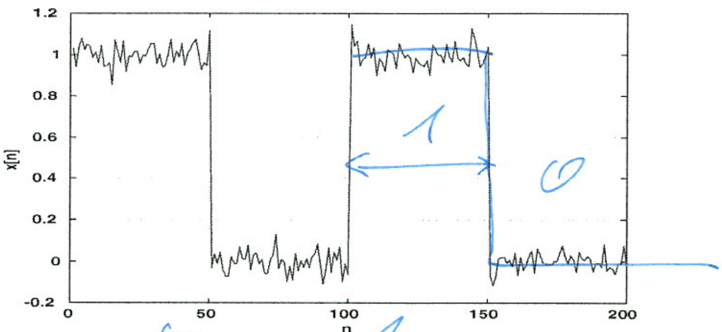
Příklad 19 V tabulce jsou hodnoty vzorku $n = 7$ náhodného signálu pro $\Omega = 10$ realizací:

ω	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\xi_\omega[7]$	-0.34	2.03	1.72	0.93	1.71	0.79	0.87	2.48	2.42	2.41

Proveďte souborový odhad distribuční funkce $F(x,7)$ a nakreslete ji.

viz A

Příklad 20 Na obrázku je signál o délce $N = 200$ vzorků ovlivněný šumem. Odhadněte zadaný autokorelační koeficient. Použijte standardní vychýlený odhad: $\hat{R}_{vych}[k] = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x[n]x[n+k]$.



$R[100] = \frac{50}{200} = \frac{1}{4}$

D