# Semestrální zkouška ISS, řádný termín, 2.1.2020, skupina A

Login: ....................... Příjmení a jméno: .................................................... Podpis: ............................
(prosím čitelně!)

**Příklad 1** Signál se spojitým časem je dán jako: $x(t) = \begin{cases} 1-t & \text{pro} \;\; 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$
Nakreslete tento signál a do stejného obrázku nakreslete signál $y(t) = x(t+1)$.

---

**Příklad 2** Periodický signál se spojitým časem je dán jako: $x(t) = 14 + 16\cos(400\pi t - 0.3\pi)$.
Určete hodnotu nultého koeficientu jeho Fourierovy řady (FŘ).

$c_0 =$ ....................

---

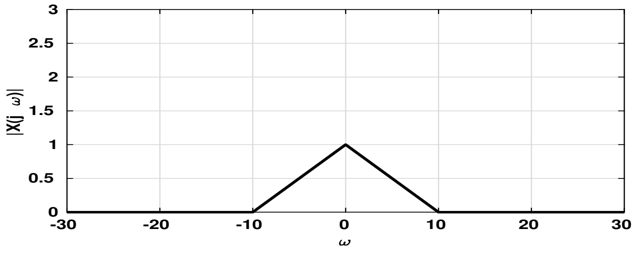
**Příklad 3** Ukažte na zvoleném periodickém **komplexním** signálu se spojitým časem $x(t)$, že pro jeho koeficienty Fourierovy řady (FŘ) **neplatí** symetrie platná pro reálné signály: $c_k = c_{-k}^{\star}$

---

**Příklad 4** Nakreslete průběh modulu a argumentu spektrální funkce $X(j\omega)$ pro signál: $x(t) = 4\,\delta(t-1)$, kde $\delta(t)$ je Diracův impuls.

---

**Příklad 5** Na obrázku je modul spektrální funkce $|X(j\omega)|$ signálu $x(t)$. Nakreslete do stejného obrázku modul spektrální funkce $|Y(j\omega)|$ zpomaleného signálu $y(t) = x(\frac{t}{2})$



**Příklad 6** Přenosová funkce $H(s)$ systému se spojitým časem nemá žádné nulové body a má dva póly: $p_1 = -1 + j2000$, $p_2 = -1 - j2000$
Nakreslete přibližně průběh modulu frekvenční charakteristiky tohoto systému $|H(j\omega)|$ pro kruhové frekvence $\omega$ od 0 do 4000 rad/s a napište, na které kruhové frekvenci má maximum.

---

**Příklad 7** Přenosová funkce $H(s)$ systému se spojitým časem je dána takto: $H(s) = \frac{s+1}{s^2-2s+1}$
Určete, zda je systém stabilní.

---

**Příklad 8** Nakreslete průběh modulu frekvenční charakteristiky anti-aliasingového filtru $|H_{aa}(j\omega)|$ pro vzorkování na vzorkovací frekvenci $F_s = 8$ kHz
Frekvenční osu můžete kreslit v radiánech za sekundu nebo v Hertzích, jasně označte, kterou jste použili.

---

**Příklad 9** Dokažte libovolným způsobem, že spektrální funkce $\tilde{X}(e^{j\omega})$ ($\omega$ je normovaná kruhová frekvence) signálu s diskrétním časem $x[n]$ je **periodická**.

---

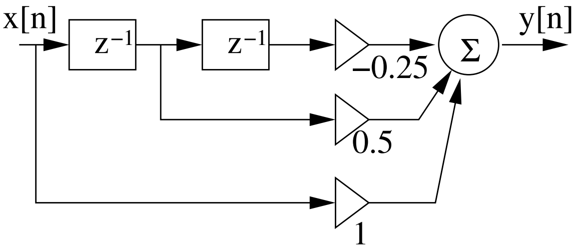
**Příklad 10** Signál s diskrétním časem je dán takto: $x[n] = \begin{cases} 1 & \text{pro} \quad n = 1 \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$. Vypočítejte a nakreslete průběh modulu i argumentu jeho spektrální funkce $\tilde{X}(e^{j\omega})$ pro normované kruhové frekvence $\omega$ od $-\pi$ rad do $+\pi$ rad. Pomůcka: k výpočtu použijte Fourierovu transformaci s diskrétním časem (DTFT).

**Příklad 11** Signál s diskrétním časem o délce $N = 4$ je pro $n = [0\ \ 1\ \ 2\ \ 3]$ dán takto: $x[n] = [0\ \ 1\ \ 0\ \ 0]$. Vypočtěte všechny koeficienty jaho diskrétní Fourierovy transformace (DFT): $X[k]$. Pomůcka: můžete provést kontrolu: hodnoty koeficientů $X[k]$ vzorkují průběh DTFT (předcházející příklad) na normovaných kruhových frekvencích $k\frac{2\pi}{N}$.

$X[0] =$ ................ $X[1] =$ ................ $X[2] =$ ................ $X[3] =$ ................

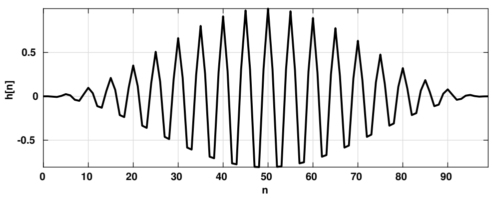
---

**Příklad 12** Určete, zda je číslicový filtr se schématem na obrázku stabilní. Své tvrzení krátce zdůvodněte.




---

**Příklad 13** Impulsní odezva číslicového filtru má délku $N = 100$ vzorků a je na obrázku. Byla vygenerována jako $h[n] = w[n]\cos(\frac{4\pi}{10}n)$, kde $w[n]$ je okno tlumící na okrajích. Nakreslete přibližně průběh modulu frekvenční charakteristiky tohoto systému $|H(e^{j\omega})|$ pro normované kruhové frekvence $\omega$ od 0 do $\pi$ rad a napište, na které frekvenci má maximum.




---

**Příklad 14** Přenosová funkce $H(z)$ číslicového filtru má dva nulové body: $n_1 = n_2 = 0$ a dva póly: $p_1 = 0.99e^{j\frac{\pi}{4}}$, $p_2 = 0.99e^{-j\frac{\pi}{4}}$. Určete modul a argument jeho frekvenční charakteristiky pro normovanou kruhovou frekvenci $\omega = \frac{\pi}{4}$. Pomůcka: $\sqrt{2} = 1.4$, $\frac{1}{\sqrt{2}} = 0.7$.

$|H(e^{j\frac{\pi}{4}})| =$ ............, $\arg H(e^{j\frac{\pi}{4}}) =$ ............

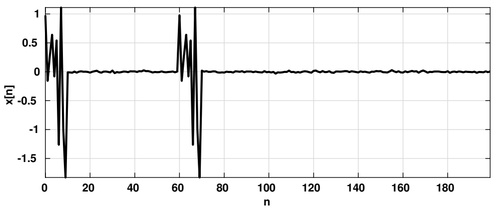
---

**Příklad 15** Stacionární náhodný signál "Sportka" $\xi[n]$ nabývá diskrétních hodnot $X_1 = 1$ až $X_{49} = 49$, které jsou stejně pravděpodobné. Nakreslete distribuční funkci $F(x)$ tohoto náhodného signálu.

**Příklad 16** Stacionární náhodný signál $\xi[n]$ má spojité hodnoty v intervalu od -50 do +50. Vzorek $\xi[n]$ se od předcházejícího $\xi[n-1]$ liší maximálně o 3, tedy $|\xi[n] - \xi[n-1]| < 3$. Nakreslete, jak bude přibližně vypadat sdružená funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti $p(x_1, x_2, k)$ náhodného signálu pro sousední vzorky (tedy $k = 1$) a krátce zdůvodněte. Pomůcka: funkce bude 2D, doporučuji osu $x_1$ vodorovně, $x_2$ svisle a jako hodnoty stupně šedi (příp. stupně barvy Vaší tužky).

---

**Příklad 17** Na obrázku je průběh náhodného signálu $x[n]$. Nakreslete přibližně průběh jeho korelačních koeficientů $R[k]$ pro k od -150 do +150. Použijte vychýlený odhad. Na absolutní velikosti koeficientů nezáleží.




---

**Příklad 18** Odvoďte vztah pro poměr signálu k šumu způsobenému kvantováním pro náhodný vstupní signál, jehož funkce hustoty rozdělení pravděpodobnosti je konstantní od hodnoty $-A$ do $A$, nulová jinde. Máme k disposici $b$ bitů, tedy $L = 2^b$ kvantovacích hladin. Ty jsou rozmístěny od $-A$ do $A$; na nejbližší kvantovací hladinu zaokrouhlujeme. Pomůcka: postup jsme viděli na přednášce, jediným rozdílem je, že na vstupu není cosinusovka, ale náhodný signál.

---

**Příklad 19** Nakreslete obrázek o rozměrech $K = 100$ řádků a $L = 100$ sloupců s pixely danými vztahem: $x[k,l] = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos(2\pi \frac{2}{100} l)$, kde $k$ je svislé počitadlo řádků a $l$ je vodorovné počitadlo sloupců. Bílá (papír) je nula, černá (nebo barva Vaší tužky) je 1.

---

**Příklad 20** Na prvním obrázku je vstupní obrázek $x[k,l]$, na druhém jeho vyfiltrovaná verze. Bílá (papír) je nula, černá je 1. Jednalo se o filtraci pomocí masky (konvolučního jádra, matice) $h[k,l]$ o rozměrech $3 \times 3$. Napište hodnoty $h[k,l]$ pro tuto filtraci.